EXAMENS WISKUNDE 2013, 1E TIJDVAK

VMBO KB EN GL/TL, HAVO A EN B, VWO A, B EN C

Ger Limpens
Melanie Steentjes
Jos Remijn
Ivo Claus
Sjoerd Crans
Ruud Stolwijk

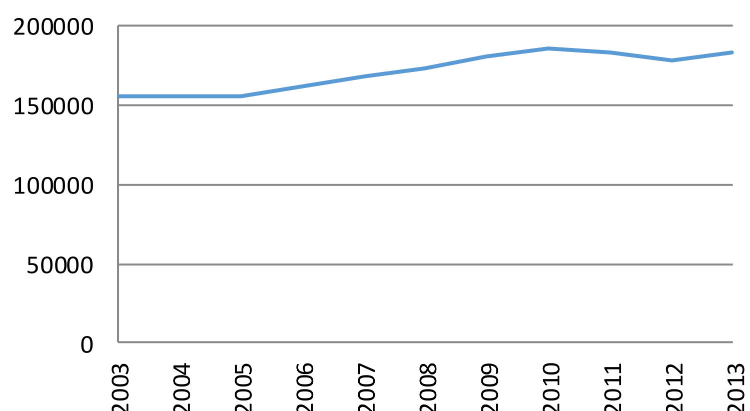
WOORD VOORAF

[Ger Limpens]

Inmiddels is het verschijnsel 'Euclides-examennummer' een traditie geworden, in ieder geval voor ons, Citomedewerkers. Ook dit jaar willen we dankbaar gebruik maken van het podium dat Euclides ons biedt het een en ander rond de eerste tijdvakken wiskunde[1] van de afgelopen examencampagne te melden. We doen dat op de gebruikelijke manier: elk examen wordt besproken door de Cito-toetsdeskundige wiskunde die direct betrokken is geweest bij de constructie van dat examen.
We hadden graag alle wiskunde-examens in dit artikel besproken. We zullen echter dit jaar de digitale BB en KB examens niet in dit artikel bespreken. Het is niet ondenkbaar dat we in de toekomst deze examens toch zullen bespreken om enig inzicht te geven in de manier waarop de opgaven 'in het veld gevallen zijn'. De digitale examens werden door grote aantallen leerlingen gemaakt, ***zie tabel 1*** [leerlingenaantallen. 2013] – de tabellen staan aan het einde van dit artikel. Een ander examen waar we, behalve datgene wat er in voornoemde tabel en ***tabel 2*** [Verzamelde N-termen] is opgenomen, niets over melden, is het papieren examen wiskunde BB. Dit examen is door een klein aantal (circa 120) leerlingen gemaakt.

In grafiek 1 treft u de deelnemersaantallen door de jaren heen aan. Die aantallen zijn gebaseerd op de aanmeldingen van scholen bij de bestelling van hun examens en zijn, traditiegetrouw, wat hoger dan de werkelijke aantallen omdat veel scholen een zekere veiligheidsmarge in acht nemen bij deze bestelling. Het
lijkt echter wel gerechtvaardigd om te constateren dat we al sinds diverse jaren circa 180.000 leerlingen 'van dienst' zijn met onze examens.

Voordat we de verschillende examens de revue laten passeren, nog wat algemene zaken. In elk artikel wordt verwezen naar tabellen waarin het begrip 'p'-waarde' een grote rol speelt. De p'-waarde is de geconstateerde gemiddelde score van een vraag, een opgave of een compleet examen uitgedrukt in een percentage van de maximumscore van die vraag, opgave of examen. Dit gegeven is een belangrijke informatiebron voor ons en ook voor CvE[2] als het gaat om de bepaling van de N-term. We kunnen daarover beschikken dankzij het feit dat veel collega's de scores van hun leerlingen via het programma WOLF[3] - voordat de tweede correctie plaatsvindt - opsturen naar Cito. Dit levert een verzameling gegevens op die zo groot is dat je je mag afvragen of de term steekproef nog wel geschikt is als omschrijving daarvoor: veel collega's sturen tegenwoordig de resultaten van al hun leerlingen in.



grafiek 1 Totaal Kandidaten

Bij deze in elk geval hartelijk dank voor het aanleveren van deze gegevens: zonder deze medewerking zou een artikel als dit niet geschreven kunnen worden.
Verder wordt er regelmatig gerefereerd aan de zogeheten *quick scan*. Bij het gebruik maken van WOLF krijgt een docent een vragenlijst bestaande uit vier vragen die betrekking hebben op het specifieke examen voorgelegd. De docent wordt aldaar gevraagd een standpunt in te nemen over de moeilijkheidsgraad en de lengte van het betreffende examen en ook een uitspraak te doen over de door de docent ervaren inhoudelijke aansluiting op het onderwijs en de waardering van het betreffende examen uit te drukken in een (geheel) cijfer op de schaal van 1 tot en met 10.
Omdat er dit jaar voor geen enkel wiskundevak regionale besprekingen zijn geweest, beschikken we niet over directe informatie uit het veld waar we andere jaren wel op terug konden vallen. Natuurlijk maken we, om daar weer enig zicht op te krijgen, gebruik van het forum op de site van de NVvW maar we zijn ons ervan bewust dat hier, onvermijdelijk, nogal wat discussies over diverse details rond het examen en met name de correctie ervan plaatsvinden. Het is dan zaak voor ons om, door de berg aan (soms erg persoonlijk gekleurde) detailinformatie heen kijkend, te trachten structurele aspecten te onderkennen, iets dat niet altijd even eenvoudig is. Dit neemt niet weg dat we het als uiterst zinvol ervaren dat de NVvW een podium biedt voor deze digitale discussies.

Op deze plek willen wij, examenmakers, behalve een woord van dankzegging aan Euclides en de vele docenten die ons van gegevens voorzien hebben, ook enkele woorden wijden aan de diverse mensen die in de schaduw van het examengebeuren staan maar voor ons onontbeerlijk zijn om ons werk, het maken van examens, te kunnen uitvoeren. In dat licht dienen constructiegroepsleden[4], leden van de verschillende vaststellingscommissies, screeners en docenten die deelnemen aan onderzoeken ten behoeve van examens genoemd te worden. Ook aan hen bij deze onze dank.

VMBO KB-GL/TL

[Melanie Steentjes]

Ook dit jaar waren er voor vmbo kaderberoeps (KB) naast papieren examens ook computerexamens wiskunde. Hier volgt alleen een bespreking van de papieren examens (zie ook de algemene inleiding). Omdat steeds meer scholen de digitale examens afnemen, wordt het papieren examen door steeds minder leerlingen gemaakt. Ook het aantal docenten dat bij het papieren examen KB betrokken is, is daardoor laag. Dit was te merken op het forum waar erg weinig commentaar op het KB-examen geventileerd werd.
We zullen nu eerst het examen voor vmbo gemengde leerweg/theoretische leerweg (GL/TL) bekijken. Daarna komt het papieren examen KB aan bod en tot slot kijken we naar de overlap tussen beide.

VMBO GL/TL

[Melanie Steentjes]

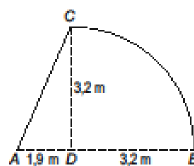
Net als voorgaande jaren werd er bij het GL/TL-examen een ‘quick scan’ afgenomen. De 1554 docenten die de vragenlijst hadden ingevuld, gaven een gemiddeld cijfer van 6,7 aan het examen. Met dat oordeel waren ze iets minder positief dan in 2012, maar positiever dan bij het examen van 2011. Het grootste deel (63%) van de docenten vond de moeilijkheidsgraad van het examen in orde, 22% van de docenten vond het examen moeilijk tegenover 14% van de docenten die aangaf het examen juist makkelijk te vinden. Daarnaast vond 33% van de docenten het examen te lang. De inhoudelijke

aansluiting bij het gegeven onderwijs vond men voldoende (47%) tot goed (38%).
Het examen bestond uit 23 vragen waarvoor maximaal 77 scorepunten te behalen waren. Via WOLF hebben we de gegevens van 32 000 leerlingen ontvangen en geanalyseerd. ***In tabel 3*** [VMBO GL/TL 2013] is een overzicht van de p'-waarden per vraag te vinden.

De startopgave *Paraboolvlucht* werd niet onverdeeld enthousiast ontvangen. Tijdens de examenbespreking werd aangegeven dat met name vraag 3 meer van de leesvaardigheid van de leerling vroeg dan van de wiskundige vaardigheid. Vooral het verschil tussen parabool en paraboolvlucht werd lastig gevonden. Deze moeilijkheid is tijdens de constructie van het examen wel onderkend en om die reden heeft men geprobeerd om in de figuur naast de foto een en ander te verduidelijken. Uiteindelijk scoorde de vraag niet slecht met een p'-waarde van 65.
Opvallend is de p'-waarde van vraag 2. Daarin moest de maximale hoogte van het vliegtuig berekend tijdens het vliegen van de parabolische baan. Deze vraag lijkt op vraag 2 van 2008 waarin de maximale hoogte van een golfbal moest worden berekend. Deze vraag had in 2008 een p'-waarde van 28 en 59% van de leerlingen scoorde destijds geen enkel punt. In dit examen scoorde de vraag een heel stuk beter met een p'-waarde van 88.

Bij de context *Zwembadoverkapping* moest veel gerekend worden met oppervlakte en omtrek van een cirkel. Alle drie de vragen van de context discrimineerden heel mooi, dat onder andere wil zeggen dat leerlingen die goed scoorden bij deze vragen ook goed scoorden op het hele examen. Bij vraag 5 moest met behulp van de Stelling van Pythagoras en de omtrek van een cirkel de lengte van een lijnstuk en een boog berekend worden (***zie figuur 1***). Voor deze vraag waren maar liefst 6 punten te behalen. Dit ging leerlingen niet slecht af: 53% van de leerlingen scoorde hier alle punten en de p'-waarde van 79 lag boven verwachting.

6p 5 Om de hoeveelheid kunststof te kunnen berekenen die nodig is voor de overkapping, moet Eljay eerst de lengte van *AC* en de lengte van boog *CB* weten.



→ Hoe lang zijn *AC* en boog *CB* samen? Schrijf je berekening op.

figuur 1 Uit: vmbo GL/TL 2013 Zwembadoverkapping)

In de opgave *Euromunten* moest veel gerekend worden, met name met percentages. Ook grote getallen (miljoen en miljard) kwamen aan bod. Bij vraag 8 is het opvallend dat 47% van de leerlingen het laatste punt liet liggen. Wellicht werd de afronding op één decimaal vergeten. De laatste vraag, waarin aan de hand van een tabel de totale waarde van de munten van 1 en 2 cent moest worden berekend, scoorde niet zo goed met een p'-waarde van 46. Hier scoorde 34% van de leerlingen geen enkel punt.

De opgave *Paaseiland* startte zeer vriendelijk met een vraag waarin de hoogte van een beeld moest worden geschat aan de hand van de lengte van een man. Dit bleek een inkoppertje te zijn voor veel leerlingen: de p'-waarde was 88. Wel werd er in de examenbespreking stilgestaan bij de vraag wat een reële schatting voor de lengte van de man was. Is 2 meter een reële schatting? En waar ligt dan de grens? Dit stond niet duidelijk in het correctievoorschrift aangegeven. Bij vraag 11 moest met behulp van cirkelbogen de plek van Paaseiland aangegeven worden. 55% van de leerlingen scoorde hier alle vier de punten. Bij vraag 12 moest de omtrek van het eiland geschat worden. Ondanks dat in de tekst werd aangegeven dat het eiland op een driehoek

lijkt, bleken leerlingen nog veel andere creatieve manieren te hebben gevonden om de omtrek te schatten.

Bij de context *Baikalmeer* moest wederom gerekend worden met grote getallen, nu ook in de wetenschappelijke notatie. Sommige docenten vonden dit iets teveel van het goede en gaven aan dat er in dit examen teveel de nadruk lag op rekenen met grote getallen. De hele context discrimineerde goed, maar het was wel de lastigste context van het examen. In vraag 14 moest berekend worden hoeveel liter water er in 1 km^3 gaat. Dit goochelen met eenheden bleek een brug te ver voor veel leerlingen. 59% van de leerlingen scoorde geen enkel punt en maar 22% van de leerlingen wist alle punten binnen te halen. Het was daarmee de lastigste vraag van het examen. Vraag 15 ging een stuk beter. Dit was wel een alles-of-niets-vraag: leerlingen scoorden hier geen enkel punt (18%) of alle punten (67%). Bij vraag 16 moest berekend worden hoeveel jaren het Baikalmeer alle mensen op aarde van zoet water zou kunnen voorzien. Tot het juiste antwoord 70 jaar kwam 21% van de leerlingen.

Piramide kantelen was een opgave zonder context. Dit soort opgaven komt in het examen voor vmbo GL/TL regelmatig voor. Bij vraag 17 moest de hoogte van de piramide berekend worden met behulp van de Stelling van Pythagoras. Hier hadden de leerlingen weinig moeite mee gezien de p'-waarde van 71. Vraag 18 en 19 scoorden minder. Bij beide vragen scoorde 42% van de leerlingen 0 punten. Net als vraag 15 uit *Baikalmeer* was vraag 18 ook een alles-of-niets vraag: 39% van de leerlingen scoorde alle vier de punten. En net als vraag 15 was vraag 18 een vraag waarin het antwoord al in de vraag stond en alleen aangetoond moest worden dat dit antwoord juist was. Het is wel begrijpelijk dat zulk soort vragen een sterk alles-of-niets karakter heeft. Als een leerling met een berekening niet bij het gegeven antwoord uitkomt, is hij wellicht geneigd helemaal niets op te schrijven. Bij vraag 19 moest een doorsnede van de gekantelde piramide getekend worden. Dit kon op vele manieren opgelost worden, maar slechts 27% van de leerlingen haalde hier alle punten.

Het examen sloot af met *Dromedarissen in Australië*. Het aantal dromedarissen in Australië werd in deze opgave benaderd met een exponentiële formule waarmee de leerlingen moesten rekenen. Bij vraag 22 stond er een onvolkomenheid in het correctievoorschrift. Gevraagd werd in welk jaar er volgens de formule voor het eerst meer dan 4 miljoen dromedarissen zouden zijn. Na inklemmen bleek t tussen 13 en 14 te liggen. In het correctievoorschrift stond dat dit aantal bereikt werd in de loop van het 13e jaar. Dat moest natuurlijk het 14e jaar zijn. Omdat zelfs de examenmakers dit over het hoofd hadden gezien, hoefde het 13e jaar niet fout gerekend te worden. Maar het eindantwoord 2021 was wel correct en bij een leerling die hier 2022 had opgeschreven moest een punt afgetrokken worden. Sommige docenten gaven aan dat het examen aan de lange kant was. Dat zou een reden kunnen zijn dat de laatste vraag, vraag 23, zo slecht scoorde. Maar liefst 60% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Het zou ook zo kunnen zijn dat het terugrekenen met een groeifactor voor een aantal leerlingen een brug te ver was.

De N-term voor dit examen is vastgesteld op 0,6. Dat resulteerde in een examen met 27,4% onvoldoendes en een gemiddeld cijfer van 6,2.

VMBO KB papier

[Melanie Steentjes]

Het KB-examen bestond uit 25 vragen waarvoor in totaal 75 punten te behalen waren. Van de 3639 leerlingen waarvan we de gegevens via WOLF hebben doorgekregen, wist 1 leerling 72 punten te halen. ***In tabel 4*** [VMBO KB 2013] is een overzicht van de p'-waarden per vraag te vinden.

Het examen begon met de context *Oranje vlaggen*. Met behulp van een lineaire formule kon de prijs van een vlag berekend worden bij een bepaald aantal vlaggen. Dit was een goede startopgave, vooral de eerste vraag was een prettige binnenkomer met een p'-waarde van 93. Bij vraag 3 moesten leerlingen uitleggen waarom de formule niet kon kloppen bij 200 000 vlaggen. Deze redeneervraag ging ze goed af: 56% van de leerlingen scoorde de maximale 2 punten.

De opgave *Paaseiland* was overlap met het GL/TL examen. GL/TL-leerlingen scoorden weliswaar beter op de vragen, maar opvallend was dat het verschil niet zo groot was als bij de andere overlapvragen. Een verklaring zou kunnen zijn dat deze opgaven door zowel KB- als GL/TL-leerlingen goed gemaakt werden en dan kan het verschil ook niet zo heel groot zijn.

Bij *Paraboolvlucht* was alleen vraag 8 overlap met het GL/TL-examen. Ook bij deze vraag was een klein verschil tussen de KB- en de GL/TL-leerlingen, maar dit was wederom een makkelijke vraag. Vraag 9 leek erg op vraag 2 van het GL/TL-examen, maar het verschil was dat hier expliciet vermeld werd dat de maximale hoogte halverwege de parabolische baan bereikt werd. GL/TL-leerlingen moesten dit zelf bedenken. De meeste leerlingen konden hier goed mee uit de voeten gezien de p'-waarde van 71. In vraag 10 moest gerekend worden met tijd en percentages. Dit was een mooi onderscheidende vraag.

Zwembadoverkapping was voor het grootste deel overlap met het GL/TL-examen. Vraag 11 en 14 stonden niet in het GL/TL-examen. Bij vraag 11 moest de grootte van een hoek berekend worden met behulp van de tangens. Een standaardvraag waar leerlingen wel raad mee wisten: een p'-waarde van 65. Het lijkt erop dat leerlingen dit soort vragen steeds beter onder de knie krijgen. De vragen 12 en 13 waarin gerekend moest worden met de oppervlakte en omtrek van een cirkel gingen een stuk slechter dan bij GL/TL. Vraag 14 werd alleen binnen het KB-examen gesteld. Sommige docenten verbaasde dit wel, aangezien het een formule was met drie variabelen. Uit eerder onderzoek was echter al gebleken dat leerlingen weinig moeite hadden met deze vraag en om die reden is de vraag ook niet opgenomen in het GL/TL-examen. Dat bleek terecht te zijn, want de vraag had uiteindelijk een p'-waarde van 93.

De context *Springen* was de eenvoudigste context van dit examen. Met name de eerste vraag waarin afgelezen moest worden uit een diagram scoorde heel goed. Maar 2% van de leerlingen liet dit punt liggen. Bij vraag 17 moest de grafiek bij het diagram getekend worden. Opvallend is dat 44% van de leerlingen hier 1 punt liet liggen. Wellicht hadden zij een rechte lijn door de punten getekend in plaats van een kromme. Bij vraag 18 moest aan de hand van een wortelformule berekend worden van welke hoogte je moest springen voor een sprong van minstens 1,5 seconde. Dit kon met behulp van inklemmen of door de vergelijking op te lossen. De vraag scoorde een acceptabele p'-waarde van 55, maar slechts 28% van de leerlingen wist alle drie de punten binnen te halen.

Euromunten was in zijn geheel overlap met het GL/TL-examen. Dit was de lastigste context van het examen en dan met name de laatste vraag. GL/TL-leerlingen hadden al moeite met deze vraag, maar bij

KB scoorde maar liefst 62% geen enkel punt en maar 6% van de leerlingen wist alle punten binnen te halen. Tot slot de context *Tarieven schaatsbaan* waarin verschillende entreekaarten voor de schaatsbaan vergeleken moesten worden. Bij vraag 22 moest de gemiddelde prijs per keer schaatsen berekend worden bij een winterkaart. Hier hadden de leerlingen meer moeite mee dan de examenmakers verwacht hadden: 26% van de leerlingen scoorde geen enkel punt. Bij vraag 23 moest een lineaire grafiek getekend worden en dat ging ook iets minder goed dan verwacht. Bij de laatste vraag moest uitgezocht worden welke kaart of combinatie van kaarten Jorien moest aanschaffen om zo voordelig mogelijk uit te zijn, ***zie figuur 2***. Met een p'-waarde van 20 was dit de moeilijkste vraag van het examen. Maar 2% van alle leerlingen scoorde hier de maximale 4 punten. Dit was niet wat de examenmakers verwacht hadden. Gezien het realistisch gehalte was de p'-waarde van deze vraag hoger ingeschat. Wellicht was ook dit examen aan de lange kant en speelde tijdnood een rol. Uit de gegevens is dit echter niet direct af te leiden en helaas is er bij KB geen *quick scan* afgenomen.

CvE besloot de N-term voor dit examen vast te stellen op 1,2. Dat resulteerde in een examen met 33,1% onvoldoendes en een gemiddeld cijfer van 6,1.

Bij de schaatsbaan kun je verschillende entree-kaarten kopen. Hieronder zie je de mogelijkheden.

dagkaart	€ 6,00
11-rittenkaart	€ 55,00
22-rittenkaart	€ 99,00
winterkaart	€ 190,00



4p 25 Jorien denkt dat ze tussen 1 november en 1 maart één keer per week gaat schaatsen.
→ Welke kaart of combinatie van kaarten moet Jorien aanschaffen om zo voordelig mogelijk uit te zijn? Schrijf je berekening op.

figuur 2 Uit: vmbo KB 2013 (Tarieven schaatsbaan)

OVERLAP KB en GL/TL

[Melanie Steentjes]

In totaal waren er 11 vragen die zowel in het KB-examen als het GL/TL-examen zaten. Er waren 39 punten te halen voor deze vragen; voor details ***zie tabel 5*** [VMBO overlap GL TL/KB 2013]. De KB-leerlingen scoorden op de overlap een gemiddelde p'-waarde van 47,51. Voor het deel van het examen dat specifiek voor KB was, scoorden ze een gemiddelde p'-waarde van 62,45. De KB-leerlingen scoorden dus beter op het KB-specifieke deel dan op het overlapgedeelte. Dit is wat de examenmakers beoogden.

De GL/TL-leerlingen scoorden een gemiddelde p'-waarde van 70,02 op het overlapgedeelte. Op het GL/TL-specifieke deel scoorden de GL/TL-leerlingen een gemiddelde p'-waarde van 55,06. De GL/TL-leerlingen scoorden dus minder goed op het GL/TL-specifieke deel dan op het overlapgedeelte. Ook dit was volgens plan.

Opvallend is het relatief grote verschil tussen de scores bij KB- en GL/TL-leerlingen op de overlap. Dit is de afgelopen vijf jaar niet zo hoog geweest. We zullen nader analyseren wat hieraan ten grondslag zou kunnen liggen.

HAVO A

[Jos Remijn]

Dit jaar gingen de discussies over het examen havo wiskunde A vooral over aantallen decimalen en afronden. Voor de examenmakers een goede zaak, want dit zou kunnen duiden op een zekere tevredenheid met de opgaven van het examen. Uit de *quick scan* in WOLF, ingevuld door 1120 docenten, bleek deze tevredenheid. Men was te spreken over de inhoudelijke aansluiting op het onderwijs en de lengte van het examen. Zo'n 70% van de docenten vond het niveau van het examen goed, 25% vond het examen (te) makkelijk. Bij de analyse van het examen bleek inderdaad dat het examen een stuk makkelijker was dan dat van 2012. Dit bracht het CvE ertoe de N-term te bepalen op 0,5. Dit leidde tot een gemiddeld cijfer van 6,4 en 23% onvoldoendes. Dit jaar koos zo'n 70% van alle havo-kandidaten het vak wiskunde A, dit is (weer) iets meer dan vorig jaar. Voor de C&M-kandidaten (in de steekproef zo'n 10% van de kandidaten) blijft het vak wiskunde A lastig, zij kregen net als vorig jaar een gemiddeld cijfer van slechts 5,6 met 43% onvoldoendes.

Het examen telde 21 vragen verdeeld over vijf opgaven. ***Zie tabel 6*** [HAVO A 2013] voor de gedetailleerde resultaten. De vragen 1 en 2 van *De Huisarts* leverden voor de kandidaten weinig problemen op. Op het forum op de website van de NVvW werd er echter veel over gediscussieerd. Met de (afgeronde) gegevens zouden veel meer antwoorden goed moeten zijn. Veel docenten lieten zien dat zij in staat waren alle mogelijke aantallen te berekenen. Heel relevant is dit echter niet, het lijkt niet waarschijnlijk dat er werkelijk kandidaten zijn geweest die een dergelijke analyse hebben gemaakt bij deze vragen. Wel van belang is het feit dat het gevraagde aantal een geheel getal moet zijn. De formulering van vraag 3 maakte het mogelijk dat kandidaten de grafiek gebruikten, een aanpak die niet in het correctievoorschrift beschreven stond. Het antwoord dat dan vaak werd gegeven was 102,4. Kandidaten konden besluiten dat dit antwoord inderdaad 'ongeveer 106' is, er stond immers niet 'afgerond 106'. Omdat kandidaten hiermee dezelfde wiskundige vaardigheden hebben laten zien als kandidaten die de gegevens uit de tekst gebruikten, werd op de landelijke bespreking in Utrecht afgesproken hiervoor dus geen scorepunten in mindering te brengen, hetgeen in overstemming is met het correctievoorschrift.

De opgave *Eerlijk spel?* begon met een vraag die volgens sommige docenten te makkelijk was. Toch was een correcte beantwoording niet voor iedere kandidaat weggelegd. Vraag 7 leidde tot discussie. Hoewel de vraagstelling 'vul de tabel in' het niet eiste, leek het correctievoorschrift de berekeningen wel te verplichten. Het CvE maakte met een aanvulling op het correctievoorschrift een eind aan de onduidelijkheid: de berekeningen waren niet verplicht. Bij vraag 8 was het belangrijk dat de kandidaat nauwkeurig de juiste spelverlopen aangaf. Een onjuiste redenering kon hier leiden tot het juiste antwoord. De opmerking die hierover in het correctievoorschrift werd gemaakt, helderde dit probleem op. In de opgave *Ontslagvergoeding* maakten veel kandidaten een algebraïsche fout: de vorm $6 + 2{,}4d$ werd vaak herleid tot $8{,}4d$. Het rekenvoorbeeld dat in vraag 11 werd gevraagd, leidde bij veel docenten tot de wens om voor onrealistische antwoorden, zoals een 10-jarige werknemer die op zijn 100ste verjaardag ontslagen wordt, een extra scorepunt in mindering te brengen. In vraag 12 werd een formule gevraagd. Vragen van dit type werden in het verleden door veel kandidaten overgeslagen. Misschien dat de presentatie van de formule met puntjes, ***zie figuur 3*** bijdroeg aan een heel redelijk resultaat.

De tweede rekenmethode gebruikt de formule

$$V_2 = 6 \cdot m + 2{,}4 \cdot m \cdot d$$

Hierin is V_2 de ontslagvergoeding in euro's, m het bruto maandsalaris in euro's en d het aantal dienstjaren, geteld vanaf de 36e verjaardag.
Er geldt dat $d = 0$ totdat de werknemer 37 jaar wordt. Op de dag dat de werknemer 37 jaar wordt, wordt $d = 1$. Op de 38e verjaardag wordt $d = 2$, enzovoort. Het aantal dienstjaren wordt altijd in gehele jaren berekend.

De tweede formule is daarmee te schrijven in de vorm:

$$V_2 = \ldots \cdot j + \ldots \cdot j \cdot d$$

3p 12 Bereken in twee decimalen nauwkeurig de getallen die op de puntjes moeten staan. Licht je werkwijze toe.

figuur 3 Uit: havo A 2013 (Ontslagvergoeding)

Het antwoord 0,0003 (of nauwkeuriger) dat in het correctievoorschrift van de eerste kansvraag van de opgave *Centenarians* werd gegeven, leidde tot discussie: wat te doen met kandidaten die met een juiste berekening tot het antwoord 0,000 kwamen? Afronden op 3 decimalen wordt namelijk door sommige schoolboeken aangeleerd. In de landelijke bespreking werd dit hier passabel geacht, de kandidaat kon namelijk niet weten dat hier bij voorkeur minstens 4 decimalen werden verlangd. Het lijkt verstandig in de toekomst in dergelijke gevallen de vraag nauwkeuriger te structureren. Het exponentieel model leverde niet veel problemen op en ook met de vragen van de opgave *Lantaarnvisjes* over de normale verdeling hadden de kandidaten niet veel moeite. Goed lezen blijft bij het wiskunde A examen wel steeds van belang, zeker bij de laatste vragen van dit examen.

HAVO A pilot

[Ivo Claus]

Het pilotexamen havo wiskunde A bestond uit 20 vragen, verdeeld over 6 opgaven. ***Zie tabel 7*** [HAVO A-pilot 2013]. De via WOLF verkregen gegevens van 166 kandidaten wezen uit dat de kandidaten gemiddeld bijna 46 van de 80 punten behaalden. Op basis van de analyses blijkt dat het pilotexamen een stukje moeilijker was dan het reguliere examen, wat uiteraard een bijdrage heeft geleverd aan de N-term van 1,3 (regulier: 0,5). Dit resulteerde in een gemiddeld cijfer van 6,4 en 23,5% onvoldoendes.
Uit zowel de *quick scan* als de centrale pilotbespreking bleek dat de pilotdocenten dit examen als een goed pilotexamen beschouwden. Het gemiddelde waarderingscijfer was 7,3 en de inhoudelijke aansluiting op het onderwijs werd met 'voldoende' tot 'goed' beoordeeld.
Punten van aandacht die werden genoemd: soms lange teksten en het grote aantal vragen waarin percentages een rol speelde. Wat het eerste punt betreft: de examenmakers moeten, zeker bij de contextrijke opgaven in wiskunde A-examens, een dusdanig precieze beschrijving van de situatie geven dat een vraag niet voor tweeërlei uitleg vatbaar is. De keerzijde hiervan is uiteraard dat de beschrijvingen er niet korter op worden. Het is dus vaak een keuze maken uit twee kwaden: een langere beschrijving of een grotere kans op misinterpretatie.

De overlap met het regulier examen bestond uit de opgaven *De huisarts*, *Ontslagvergoeding*, en *Centenarians* (met uitzondering van vraag 13). Niet tot de overlap behoorden *Frisbee werpen*, vraag 13 van *Centenarians*, *Formule 1* en *Schuldsanering*.
Vraag 6, een vraag waarbij kwalitatief aan de hand van een formule geredeneerd moest worden, werd moeilijk bevonden: ruim de helft van de leerlingen scoorde daar 0 of 1 punten. Het alternatief met de GR in het correctievoorschrift mocht dus niet baten. Zouden de leerlingen gedacht hebben dat de GR geen toegestaan bewijsmiddel was voor deze vraag, of althans een deel daarvan?
Vraag 7, een echte 'algebravraag', had een p'-waarde van 30. Stappen waar wellicht menig leerling over struikelde: dubbele haakjes wegwerken en daar het tegengestelde van nemen. Onder de pilotdocenten werd opgemerkt dat de mate waarin deze vraag de algebraïsche vaardigheid toetst, wel binnen de

grenzen ligt van wat van wiskunde A-leerlingen verwacht mag worden.

De p'-waarde van vraag 17 was vrij laag: 24. Desalniettemin beoordeelden de pilotdocenten deze vraag als een combinatorische vraag op een niveau dat goed aansluit bij de lespraktijk: niet te makkelijk, niet te moeilijk.

Een hoge p'-waarde van 84 werd behaald bij vraag 19. Driekwart van de leerlingen scoorde hier de volle 5 punten. De schijn van een tekort aan informatie in de stam , ***zie figuur 4***, weerhield de leerlingen er blijkbaar niet van om te gaan proberen (wellicht ingegeven door het hoge aantal scorepunten dat met deze vraag te verdienen viel), hetgeen vaak tot succes leidde.

In onderstaande tabel zie je hoeveel punten een coureur verdient met zijn prestatie bij een wedstrijd. Coureurs die lager eindigen dan de 10e plaats, behalen geen punten. De coureur die aan het einde van het seizoen de meeste punten heeft verdiend, is wereldkampioen.

tabel

plaats	1e	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e	9e	10e
aantal punten	25	18	15	12	10	8	6	4	2	1

In 2011 werden 19 Formule 1-wedstrijden gereden. Sebastian Vettel werd in dat jaar wereldkampioen. Tijdens het hele seizoen viel hij maar één keer uit vanwege een lekke band, waardoor hij 0 punten scoorde. Van de 18 wedstrijden waarin hij wel finishte, won hij er 11 en ook bij de overige 7 presteerde hij uitstekend. In slechts 1 van deze 7 wedstrijden eindigde hij niet bij de beste drie. In totaal haalde hij 392 punten.

5p **19** Bereken met behulp van bovenstaande gegevens hoe vaak hij tweede werd, hoe vaak hij derde werd en op welke plaats hij stond toen hij niet bij de beste drie eindigde.

figuur 4 Uit: havo A pilot 2013 (Formule 1)

Zoals altijd was de laatste vraag in het examen, vraag 20, de korte onderzoeksopgave. Uit de resultaten bleek dat deze vraag goed discrimineerde: minder vaardige leerlingen kwamen niet ver met deze opgave, vaardige leerlingen juist wel.

Naast de onderzoeksopgave waren er meer vragen aan te wijzen die een beroep deden op onderzoeksvaardigheden, zoals de vragen 4, 11 en 16 (in de overlap) en vraag 19. Opmerkelijk is dat de pilotleerlingen het bij die drie vragen in de overlap niet beter deden dan de reguliere kandidaten, terwijl dat, gezien het pilotprogramma, wel te verwachten zou zijn.

HAVO B

[Sjoerd Crans]

Wederom tevreden geluiden over het examen havo wiskunde B, zowel bij de centrale examenbespreking van de NVvW als in de *quick scan* (in WOLF). Dit zet de in 2011 ingezette lijn door, waar alle betrokkenen natuurlijk blij mee zijn.

539 docenten hadden de quick scan ingevuld, zij gaven dit examen gemiddeld een 7,1. Naar hun oordeel was het examen wel wat aan de makkelijke kant. Men was bijna unaniem van mening dat de lengte van het examen precies goed was. De aansluiting van het examen bij het gegeven onderwijs werd als voldoende tot goed ervaren.

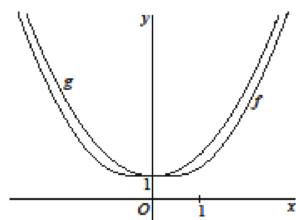
De prestaties van de leerlingen waren om over naar huis te schrijven: onderzoek toonde aan dat er redenen zijn om aan te nemen dat de vaardigheidsverbetering die vorig jaar geconstateerd kon worden dit jaar zelfs nog wat toegenomen is. Gevolg: een gemiddelde p'-waarde van 64,5, een N-term van 0,8, een gemiddeld cijfer van 6,6[5] en een historisch laag percentage onvoldoende van 19.

Dan nu het examen zelf. Het begin van de eerste opgave, *Tornadoschalen*, was een mooie binnenkomer, met p'-waarden voor de eerste twee vragen van respectievelijk 88 en 68 (***zie tabel 8*** [HAVO B 2013] voor een volledig overzicht van de scores). De derde vraag, daarentegen, was meteen de slechtst scorende vraag van het hele examen, met een p'-waarde van 34. Een mogelijke verklaring hiervoor, die werd geopperd bij de examenbespreking, is dat de kandidaten formulewerk voornamelijk oefenen met 'mooie' getallen, en dus terugschrikken voor iets als $F = \left(\frac{2,39 \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}}{6,3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2$. Het onderwerp van deze

opgave bleek overigens zeer actueel te zijn, met de dag voor het examen een dodelijke tornado in Texas. De tweede opgave, *Wortel en parabool*, was een "kale wortel". Een wortelvergelijking moest algebraïsch worden opgelost, ***zie figuur 5***, een afgeleide moest worden bepaald, waarbij de kettingregel aan bod kwam, en een andere vergelijking moest exact worden opgelost. Uit deze opgave blijkt dat het met de algebraïsche vaardigheden de goede kant op gaat: alle drie de vragen hadden een p'-waarde van boven de 70.

De functies f en g zijn gegeven door $f(x)=\sqrt{x^4+1}$ en $g(x)=x^2+1$.
In figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.

figuur 1



De grafieken van f en g hebben precies één punt gemeenschappelijk.

4p 4 Toon dit op algebraïsche wijze aan.

figuur 5 Uit: havo B 2013 (Wortel en parabool)

De derde opgave was een meetkunde-opgave over de Hearst Tower in New York. Alle drie de vragen van deze opgave waren redelijk gemaakt, met p'-waarden van rond de 50. Bij de eerste vraag van deze opgave, ***zie figuur 6***, scoorde vrijwel iedereen òf 1 òf 4 punten. Nogal wat kandidaten bleken simpelweg te controleren dat de 19,0 m klopte met de gegevens, hetgeen dus niet gevraagd was: 1 punt voor het eerste bolletje. De andere twee vragen betroffen respectievelijk het bovenaanzicht van de toren en een inhoudsberekening. Overigens achtervolgde de actualiteit dit examen, want daags voor de bekendmaking van de resultaten moesten er twee glazenwassers van deze toren door de brandweer gered worden.

De vierde opgave, *Derdegraadsfunctie en sinus*, was één van de twee goniometrievragen, met wederom een kettingregel. Deze vraag scoorde matig, met een p'-waarde van slechts 41. Om de gevraagde afgeleide, van $a \cdot \sin(\pi x)$, uit te rekenen *kan* natuurlijk de productregel ingezet worden, mits men zich maar realiseert dat de afgeleide (naar x) van a niet gelijk is aan 1, maar aan 0.

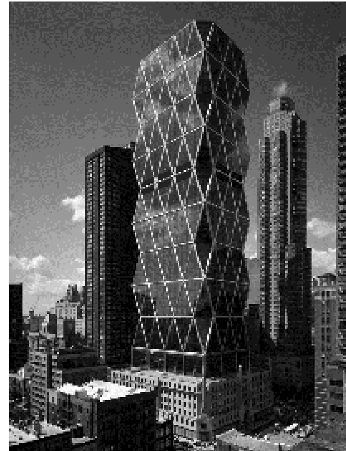
Hearst Tower

In 2006 is in New York de Hearst Tower gebouwd op de plek waar sinds 1928 het Hearst Building staat. Bij de bouw van de Hearst Tower zijn alleen de buitenmuren van het Hearst Building blijven staan.

De Hearst Tower heeft een plat dak en is 182,0 m hoog.

De gehele toren bestaat uit drie delen. Het onderste deel is het oude gebouw. Daarbovenop zit een laag die de vorm heeft van een balk. De hoogte van deze laag en het oude gebouw samen is 33,8 m. Van het bovenste deel van de toren bestaan de verticale wanden uit even grote gelijkzijdige driehoeken. Er staan negen lagen van zulke driehoeken op elkaar. Zie de foto.

foto



Uit deze gegevens volgt dat de hoogte van zo'n gelijkzijdige driehoek ongeveer 16,5 m is en dat de zijden van deze driehoek ongeveer 19,0 m lang zijn.

4p 7 Toon met berekeningen aan dat deze twee afmetingen uit de gegevens volgen.

figuur 6 Uit: havo B 2013 (Hearst Tower)

Exponentiële functies kwamen aan bod in de vijfde opgave, met olieverbruik als onderwerp. Voor een standaard verdubbelingstijdvraag, wel met omrekening naar groeipercentage, scoorde vraag 11 (relatief) wat tegenvallend, met een p'-waarde van 58. Over de verschillende behandeling van de tijd in het correctievoorschrift bij de vragen 12 en 13 werd er wat gemopperd, onder andere op het forum,: bij vraag 12 moesten zowel 1993 als 1994 goed gerekend worden, bij vraag 13 was alleen 2008 juist. Bij een nadere inspectie van de vraagstelling, of daarop gewezen door mede-forumgebruikers, gaf men wel toe dat het er bij de twee vragen net iets anders, en correct, stond, maar dit leidde weer tot een ander bezwaar, namelijk dat dit toch wel op tekstverklaren leek. Kennelijk konden leerlingen hier, ondanks dit

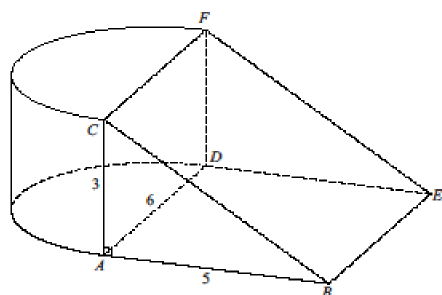
alles, behoorlijk mee overweg, met p'-waarden van 60 en 79 voor de betreffende vragen, en dat er hiermee wel degelijk wiskundevaardigheid werd gemeten blijkt uit de hoge correlatie van deze vragen met de rest van het examen.

De zesde opgave, *Grafiek van een logaritme*, bestond uit twee standaardvragen over een logaritmische functie. Maar zie de bespreking van het pilot-examen voor wat er daar gebeurde ...

De zevende opgave, *Grafiek van een cosinus*, was de andere goniometrievraag, eveneens standaard, behalve dat het gebruik van de letters *a*, *b*, *c* en *d* helaas niet bij elke in Nederland gebruikte wiskundemethode even goed aansloot.

Gegeven is een lichaam L dat bestaat uit een prisma $ABC.DEF$ en een halve cilinder. Hierin is $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm, $AD = 6$ cm en hoek CAB is recht. De halve cilinder heeft middellijn AD en hoogte AC. Zie figuur 1.

figuur 1



3p 17 Bereken de inhoud van L in cm^3 nauwkeurig.

figuur 7 Uit: havo B 2013 (Lichaam)

De achtste opgave, ten slotte, was de andere meetkunde-opgave, over een door sommigen "kaas" genoemd lichaam, ***zie figuur 7***. Hierbij werden achtereenvolgens een inhoudsberekening, een uitslag en een oppervlakteberekening gevraagd.

Alle drie (even) goed te doen, met p'-waarden van ongeveer 75.

HAVO B pilot

[Sjoerd Crans]

Over het pilot examen havo wiskunde B waren de zeven pilot-docenten die de *quick scan* hadden ingevuld nog meer tevreden dan men was over het regulier, met een gemiddelde waardering van 7,3.

Men was unaniem van mening dat de lengte van het examen precies goed was, en het sloot ook goed op het gegeven onderwijs aan. Enig punt van kritiek was dat het examen vrij recht toe recht aan was, nogal makkelijk, en dat het allemaal wel wat spannender (denkactiever?) mag.

Het equivaleren van dit examen met het regulier examen was geen sinecure. Bij de vragen 12 en 13 weken de resultaten van de pilotleerlingen duidelijk af, zie hieronder. Op de rest van de overlap scoorden de pilotleerlingen ongeveer 0,5 cijferpunt hoger. Dit alles afwegende resulteerde, bij een gemiddelde p'-waarde van 65,1, uiteindelijk in een N-term van 1,0, een gemiddeld cijfer van 6,9 en een percentage onvoldoende van 9,9.

Het pilot-examen begon, net als regulier, met de opgave *Tornadoschalen*. De eerste twee vragen waren identiek, met vergelijkbare prestaties (***zie tabel 9*** [HAVO B-pilot 2013] voor een volledig overzicht van de scores). Bij de derde vraag werden de pilot-leerlingen bij eenzelfde vraagstelling wat minder op het spoor gezet dan bij regulier. Het is niet duidelijk of het feit dat deze vraag ook hier het slechtst scoorde ondanks of dankzij deze aanpassing was.

De opgave *Wortel en parabool* heette wel hetzelfde, maar bevatte een andere wortelfunctie, omdat de kettingregel alleen nog met lineair eerste deel in het programma zit. Verder ontbrak vraag 4 van regulier, en was vraag 4 vergelijkbaar met vraag 5 van regulier, maar iets denkactiever. Beide vragen scoorden heel hoog, en maar weinig leerlingen verloren hier meer dan 1 punt.

De derde opgave, *Omvliegen*, ging over het domein "Afstanden en hoeken in concrete situaties". Ook hier een zeer actuele situatie: vorig jaar werd er al over bericht, en enkele weken na het examen werd bekend gemaakt dat er voortaan rechtstreeks van Luxemburg naar Schiphol gevlogen mag worden. De kandidaten

rekenden hier modelmatig aan, met behulp van Pythagoras en cosinusregel. Uit p'-waarden van 80 en 70 bleek dat ze dit behoorlijk kunnen.

De vierde opgave, *Derdegraadsfunctie en gebroken functie*, was, in tegenstelling tot de overeenkomstige reguliere opgave, dus geen goniometrie meer, omdat in het nieuwe programma het differentiëren beperkt is tot machtsfuncties met rationale exponenten. Dit werd gecombineerd met het voor de pilotleerlingen uit de analytische meetkunde afkomstige loodrecht snijden, ***zie figuur 8***. Een onderzoeksopdracht? Een brug te ver? De p'-waarde van deze vraag was met 46 in ieder geval ondermaats.

De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = -x^3 + 4x$ en $g(x) = 1 - \frac{1}{(ax+1)^2}$.

Voor elke waarde van a snijden de grafieken van f en g elkaar in de oorsprong. Er is een waarde van a zodat in de oorsprong de raaklijnen aan de grafieken van f en g loodrecht op elkaar staan.

7p 8 Bereken exact deze waarde van a.

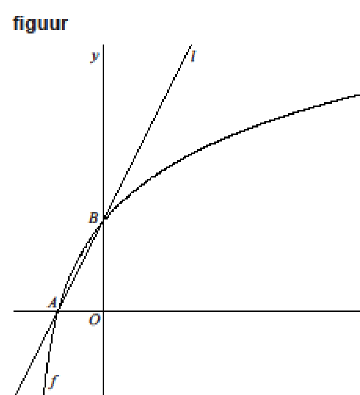
figuur 8 Uit: havo B pilot 2013 (Derdegraadsfunctie en gebroken functie)

De opgave *Olie* was volledig identiek aan regulier, met, zoals eerder in dit artikel al vermeld, (wat) betere scores voor de pilot-leerlingen.

Ook de opgave *Grafiek van een logaritme*, ***zie figuur 9***, was volledig identiek - maar de prestaties niet! Vraag 12, overeenkomend met vraag 14 regulier, werd door de pilot-leerlingen *veel* beter gemaakt. De pilot-docenten gaven aan dat de analytische meetkunde een goede basis voor dit soort opdrachten vormt, en dat er goed met logaritmen was geoefend. Vraag 13, daarentegen, werd door de pilot-leerlingen behoorlijk *slechter* gemaakt, met een p'-waarde van 41. Ook hier hadden de pilot-docenten een verklaring voor: door de nadruk op het algebraïsche proberen veel leerlingen hier de logaritme te differentiëren, ondanks het feit dat dit dus niet in het (nieuwe en huidige) programma zit. Opvallend is dan wel dat deze vraag goed correleert met de rest van het examen; kennelijk komen toch de betere leerlingen eerder op het idee om dit met de grafische rekenmachine te gaan doen.

De functie f is gegeven door $f(x) = {}^3\log(4x+3)$. De grafiek van f snijdt de x-as in punt A en de y-as in punt B.
Verder is l de lijn door A en B. Zie de figuur.

figuur



5p 12 Stel op algebraïsche wijze een vergelijking op voor l.

3p 13 Bereken de helling van de grafiek van f in het punt met x-coördinaat 1. Rond je antwoord af op twee decimalen.

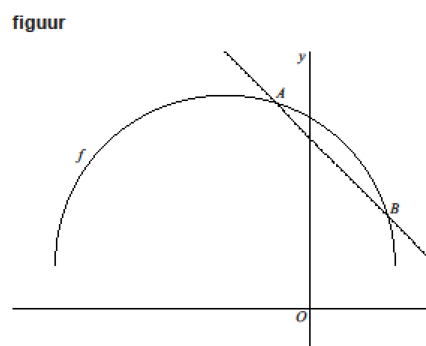
figuur 9 Uit: havo B pilot 2013 (Grafiek van een logaritme)

De opgave *Grafiek van een cosinus* was identiek aan regulier, met zeer vergelijkbare uitkomsten.

Het examen sloot af met twee opgaven over het domein Analytische methoden. De eerste daarvan, *Een halve cirkel als grafiek*, ***zie figuur 10***, combineerde analyse met analytische meetkunde.

De functie f is gegeven door $f(x) = 1 + \sqrt{-x^2 - 4x + 12}$. Verder is de lijn l gegeven met vergelijking $y = -x + 4$. l snijdt de grafiek van f in de punten A en B. Zie de figuur.

figuur



5p 15 Bereken exact de x-coördinaten van A en B.

De grafiek van f is de helft van een cirkel.

5p 16 Bereken exact de coördinaten van het middelpunt en de straal van deze cirkel.

figuur 10 Uit: havo B pilot 2013 (Een halve cirkel als grafiek)

Vraag 15 was nog vrij standaard, bij vraag 16 was vooral de stap van $f(x) = 1 + \sqrt{-x^2 - 4x + 12}$ naar

$y = 1 + \sqrt{-x^2 - 4x + 12}$ conceptueel lastig, blijkens het feit dat meer dan de helft van de kandidaten niet over de hobbel van het eerste bolletje kwam.
In de laatste opgave, met de prozaïsche titel *Cirkel en lijn*, leek het in de figuur dat een lijn aan een cirkel raakte, en moest gecontroleerd worden dat dit toch niet het geval was. Deze vraag gaf vooral een enorme spreiding van scores te zien, met een hoge correlatie met de rest van het examen. Een uitermate geschikte afsluiter dus, al was die nóg geschikter geweest, in de ogen van één van de pilot-docenten althans, als de vraag opener gesteld was: "Onderzoek of de lijn de cirkel raakt." Zo blijft er altijd wat te wensen over ☺.

VWO C

[Ger Limpens]

Dit jaar waren er 1803 leerlingen waarvan de resultaten via WOLF aan Cito doorgegeven werden. Van de 79 punten die er maximaal gescoord konden worden, werd er 47,8 punt door de gemiddelde kandidaat gescoord. Met een N-term van 1,0 leverde dit als gemiddeld cijfer een 6,4 op en 22,9% onvoldoende. Al met al geen slechte prestatie, zo valt te constateren als dit beschouwd wordt op meerjarige basis. Kijkend naar de *quick scan*, gebaseerd op informatie van 323 docenten, was ook de ontvangst aldaar een redelijke: circa 220 van de 323 docenten vond de moeilijkheidsgraad van het examen niet te moeilijk en niet te gemakkelijk. Ook de aansluiting op het onderwijs was inhoudelijk voldoende tot goed: circa 260 collega's kozen voor een van deze twee opties. De waardering was gemiddeld een dikke 6 terwijl meer dan 180 docenten de lengte van het examen precies op orde vonden.
De eerste context, *Lichaamsoppervlak*, bevatte een procentgerelateerde rekenvraag, enkele normale-verdelingsvragen en twee vragen op grond van een tweetal machtsformules van elk twee variabelen. Vraag 4, een vraag waarbij heel rechttoe-rechtaan een percentage bij gegeven gemiddelde, standaardafwijking en stochastgrens moest worden uitgerekend, bleek - niet zo verwonderlijk - met een p'-waarde van 91 de eenvoudigste vraag van dit hele examen. De laatste vraag waarbij een van de formules van een wortelvorm naar een machtsvorm moest worden herschreven leverde een p'-waarde van 56 op, de lastigste van deze opgave maar zeker niet de moeilijkste van dit examen. Bij deze laatste vraag ontspon zich hier en daar in den lande een discussie over de al dan niet bestaande noodzaak om hier meer dan alleen maar de herschreven vorm op te schrijven. De vraag was echter zo helder als maar zijn kan: een kandidaat diende te laten zien dat de zaak herschreven kon worden en dan is een of andere toelichting van algebraïsche aard onvermijdelijk.
Opgave 2, *Dialecten vergelijken*, bestond uit een tweetal telgerelateerde problemen, een vraag over een lineaire formule en een vraag over een logaritmisch verband: $H = -45,88 + 66,44\log(x)$. Bij de vraag over de lineaire formule moest er op basis van een eigen keuze van punten gekomen worden tot die formule. In het veld was er hier en daar wat misbaar rond het feit dat leerlingen hier die keuzevrijheid hadden: dat leidde vaak tot nogal wat tijdrovend controlewerk op grond van bijzondere individuele puntkeuze. In de toekomst zullen we proberen dit te vermijden, tenminste als dat kan zonder de context en het realiteitsgehalte geweld aan te doen. Met name de laatste vraag van deze context, rond die logaritmische formule, scoorde verbazingwekkend hoog. Bij de betreffende activiteit moest de vaste toename van H berekend worden die hoort bij verdubbeling van de waarde van x. Het correctievoorschrift hield rekening met een aanpak op basis van de logaritmische rekenregels maar bevatte ook een variant waarbij die toename in een concreet, voorbeeldmatig geval uitgerekend werd. We hebben geen gegevens over de

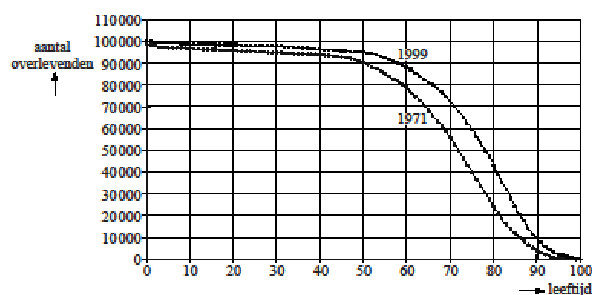
verschillende percentages horend bij deze diverse aanpakken maar het vermoeden is dat de prozaïscher aanpak op basis van een getallenvoorbeeld een fors deel van de verklaring voor de redelijk hoge p'-waarde van 72 vormt.

Daarna volgde *Voetbalplaatjes*: kansen, verwachtingswaarde en een combinatorisch georiënteerde kleine onderzoeksvraag, gebaseerd op een supermarktactie van een landelijke kruidenier. De eerste vraag waarbij de kans op vijf plaatjes van dezelfde club in een zakje moest worden berekend, bleek, in de ogen van de examenmakers toch wel wat onverwacht, met p'=31 de lastigste vraag van dit examen. Reacties uit het land interpreterend zit de moeilijkheid van deze activiteit niet zozeer in de kanstechnische handelingen die verricht moeten worden maar in het ontwarren van de (realistische) gegevens. Overigens scoorde de derde vraag bij deze context rond de verwachtingswaarde van de hoeveelheid plaatjes bij een spelletje dat gespeeld kan worden met deze voetbalplaatjes maar marginaal beter: p'=33. Een enkeling in het veld had hier commentaar op het onmiskenbare feit dat er sprake was van een dubbele vraag (het vermelden van het aantal mogelijke spelverlopen en het berekenen van een verwachte hoeveelheid). Hoewel we in het algemeen alle mogelijke moeite doen om die dubbelheid te voorkomen, kiezen we soms wel uitdrukkelijk voor die aanpak om de tweede vraag, de hoofdvraag, van een opstapje te voorzien. Zo ook hier.

DNA-bewijs was de vierde context van dit examen. Exponentiele groei en lineaire groei, gevolgd door twee binomiale-kans-vragen rond een context die regelmatig in de media aan de orde komt: het opstellen van een DNA-profiel. Kijkend naar de gegevens ***in tabel 10*** [VWO C 2013] horend bij deze context valt te constateren dat hier heel netjes gescoord werd. De tweede vraag van deze opgave, waarbij lineaire extrapolatie plaats diende te vinden, kende een uitermate regelmatige scoreopbouw: 17-17-25-26-15, inhoudende onder andere dat 17% van de leerlingen 0 punten scoorde, 17 procent 1 punt haalde en 15 procent de maximumscore van 4 mee naar huis nam.

De slotopgave was de opgave *Overlevingscurven*, gebaseerd op sterftecijfers uit Vlaanderen. De herkomst van de cijfers verklaart ook de wat typische beschrijving langs de verticale as van de eerste grafiek in deze opgave. Hierbij kwam een binomiale kans aan de orde, exponentiele groei en intelligent aflezen/redeneren op basis van een overlevingscurve. Alle vragen in deze opgave gedroegen zich zoals door de examenmakers verwacht. Met name de laatste vraag was een vraag, ***zie figuur 11***, die geïnspireerd was door de bron waar de opgave op gebaseerd was. Hierbij werd de situatie van 1971 met de situatie van 1999 qua sterfteontwikkeling vergeleken. Hoewel er hier een p'-waarde van 50 genoteerd mocht worden, was toch 32% van de leerlingen niet in staat hier een of meer punten te scoren terwijl 25% van de kandidaten met 4 punten huiswaarts keerde, percentages die een karakterisering als een alles-of-niets-vraag wel rechtvaardigen.

Aantal overlevenden naar leeftijd (Vlaanderen, mannen) gegeven de sterftekansen van 1971 en 1999



Zo lees je in figuur 2 af dat er van de denkbeeldige groep van 100 000 mannen nog 79 000 mannen over zijn op 60-jarige leeftijd als we uitgaan van de sterftekansen van 1971.

Om met behulp van deze curven conclusies te trekken over de sterfte in Vlaanderen doen we alsof het hier wel twee werkelijke groepen van 100 000 mannen betreft.
We kijken naar de leeftijd waarop 50% van zo'n groep van 100 000 mannen nog in leven is. Aan de hand hiervan karakteriseerde een bevolkingsonderzoeker de ontwikkeling van de sterfte tussen 1971 en 1999 met de volgende slogan: "Elk jaar bijna een seizoen ouder". Een seizoen betekent in dit verband een periode van 3 maanden.

4p **21** Onderzoek met behulp van figuur 2 de juistheid van deze slogan.

figuur 11 Uit: vwo C 2013 (Overlevingscurven)

Tot slot nog een blik op eventuele vaardigheidsverschillen tussen jongens en meisjes bij dit vak. In de analyse beschikten we over de gegevens van 355 jongens en 1448 meisjes. De meisjes scoorden op het hele examen een gemiddelde p'-waarde van 60,7 en de jongens deden het iets minder met een p'-waarde van 59,38. Vorig jaar kon er ook een vaardigheidsverschil geconstateerd worden maar dan net omgekeerd: de C-jongens bleken toen circa 2,5 p'-punten vaardiger dan de C-meisjes.
Kijkend naar de verschillende vragen is het dan niet zo verbazingwekkend dat de meisjes bij de meeste vragen net iets hoger scoren. Wel opvallend is in dat licht vraag 1, het percentagerekengebeuren bij *Lichaamsoppervlak*, waarbij de p'-waarde van de jongens 70 bleek terwijl de meisjes daar met p'-waarde 60 toch wat mager bij afstaken. De laatste vraag van *DNA-bewijs* leverde net een omgekeerd vaardigheidsverschil tussen jongens en meisjes op: de p'-waarde van de jongens was aldaar 54 en die van de meisjes bleek 64.

VWO A

[Ger Limpens]

Het examen vwo A telde dit jaar 21 vragen met een maximumscore van 83 punten. Op zich geen uitzonderlijke parameters. De *quick scan* ($n = 698$) gaf echter wel aan dat veel docenten dit examen aan de lange kant vonden: circa 440 docenten meldden dat ze het werk als te lang ervaren hebben. Dit was wel in lijn met hetgeen er na afloop van het examen reeds door leerlingen gemeld was. Het zal dan ook niet als verwonderlijk ervaren worden dat daar bij de bepaling van de N-term rekening mee gehouden is.
De N-term bleek 1,2 waaruit een gemiddeld cijfer van 6,9 en een percentage onvoldoende van 14,6% voortvloeiden. Beide getallen zijn wel als uitzonderlijk te kenmerken in de traditie van vwo A en vermoedelijk gerelateerd aan de algemene vaardigheidsstijging die dit jaar, wellicht als gevolg van de verzwaarde zak-slaagregeling, geconstateerd is. De inhoudelijke aansluiting bij het onderwijs bleek door circa 550 *quick scan* docenten als ten minste voldoende ervaren te worden en de waardering was gemiddeld een ruime 6. In ruime meerderheid kenschetste de verzameling docenten uit de *quick scan* het examen als niet te moeilijk maar ook niet te makkelijk.

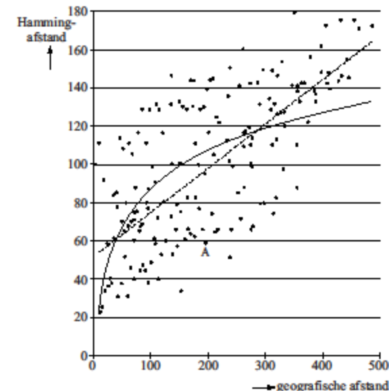
In tabel 11 [VWO A 2013] kunnen de p'-waarden van alle vragen van dit examen aangetroffen worden. Bij de eerste context *Lichaamsoppervlak* viel het ons, examenmakers, op dat vraag 2 (die ook in de overlap met wiskunde C aangetroffen kon worden) het hier (maar ook bij C) heel veel beter deed dan op voorhand verwacht. De geconstateerde p'-waarde van 85 alhier bleek p'-punten hoger dan op basis van vooronderzoek verwacht werd. Bij C werd overigens een vergelijkbare stijging geconstateerd. Een verklaring hiervoor zou wellicht gevonden kunnen worden in de 'trainbaarheid' van een dergelijke exercitie: ons vooronderzoek brengt waarschijnlijk de extra training die in de korte periode direct voor een examen vaak plaatsvindt, niet goed in kaart.
De tweede opgave, *Beleggen in aandelen*, was een economische context die exponentieel rekenwerk en min of meer GR-gerelateerd rekenwerk rond gemiddelde en standaardafwijking bevatte. Verder een variant op het berekenen van een gewogen gemiddelde en een, wellicht wat onverwachte algebraïsche exercitie rond een standaardafwijking, gevolgd door optimaliseringsvraag op basis van een forse tabel. In een conceptversie van dit examen hadden we overigens ook nog een optimaliseringsvraag op basis van de formule van vraag 8 gesteld maar, onder andere vanwege examenlengte-argumenten, zijn we daar voor de definitieve versie maar van af gestapt. Wat wel verbazing opriep bij deze context was de grote

hoeveelheid kandidaten die niet in staat bleek 1 of meer punten te verdienen bij de eerste vraag. Op basis van een gegeven jaarlijks groeipercentage (weliswaar in een niet-standaardverpakking van eenmaandsrendementen) moest het maandelijkse groeipercentage worden berekend danwel worden geverifieerd (het maandelijkse percentage was per slot van rekening ook gegeven). Het bleek dat 25% van de kandidaten hier 0 punten voor haalde. 57% van de leerlingen haalde gelukkig een maximumscore van 4. De tussenliggende scoremogelijkheden werden gescoord door 10%, 2% en respectievelijk 6% waarmee ook deze vraag een alles-of-niets-karakter blijkt te hebben.

Vervolgens kwam aan de orde de context *Dialecten vergelijken*, ook reeds bekend uit het vwo-C-examen maar uiteraard wel voorzien van een enkele vakspecifieke invalshoek. Bij vraag 12 moest een lineaire formule opgesteld worden die vervolgens tot snijpuntbepaling van een rechte lijn en een logaritmische curve (waarvan het verband gegeven was) moest leiden. Omdat hier de punten op grond waarvan de lineaire formule moest worden opgesteld al gegeven waren, was de kritiek die we bij de C-variant van deze vraag constateerden, hier niet aanwezig. De laatste vraag van deze context was ook een variant van de slotvraag van C: nu moesten de logaritmerekenregels (meegeleverd met het examen) echt van stal gehaald worden om de toename van 20 bij verdubbeling van de geografische afstand algebraïsch aan te tonen. De score-opbouw 58-10-5-27 vertelt ons dat 58% van de kandidaten geen enkel punt scoorde maar 27% van de leerlingen daarentegen maximaal. De p'-waarde van 34 bij deze vraag was trouwens de laagste van dit hele examen, iets dat de examenmakers niet al te zeer verwondert: het is, sinds de invoering op CE-niveau van de logaritmerekenregels, de eerste keer dat hiermee een vraag op het centraal examen tot een goed einde gevoerd dient te worden. Er viel ook, althans niet grootschalig, geen commentaar hierop te vernemen in het veld: men is zich er kennelijk van bewust dat dit wel degelijk tot de mogelijkheden van een examen behoort. ***Zie figuur 12***.

figuur





De onderzoeker heeft in het assenstelsel dus ook een grafiek voor een logaritmisch verband getekend. De formule voor dit logaritmische verband is:

$H = -45,88 + 66,44 \log(x)$

Hierin is H de Hammingafstand en x de geografische afstand in km.

De grafiek van het logaritmische verband in het assenstelsel gaat bijvoorbeeld door de punten (50, 67), (100, 87), (200, 107) en (400, 127). Hieraan kun je zien dat volgens het logaritmisch verband bij een verdubbeling van de geografische afstand de Hammingafstand steeds met 20 toeneemt. Met behulp van de formule $H = -45,88 + 66,44 \log(x)$ kun je aantonen dat dit altijd zo is.

3p **13** Toon met behulp van de rekenregels van de logaritmen aan dat $-45,88 + 66,44 \log(2x)$ ongeveer gelijk is aan $-45,88 + 66,44 \log(x) + 20$.

figuur 12 Uit: vwo A 2013 (Dialecten vergelijken)

Als vierde opgave passeerde *Voetbalplaatjes*, ook gekend vanuit vwo C, de revue. Deze context bevatte een vraag, vraag 15, rond een hypothesetoets die wat beter scoorde dan we verwacht hadden: de geconstateerde p'-waarde van 65 is, ook in het licht van eerder op examens aan de orde gestelde hypothesetoetsen, redelijk hoog te noemen. Vraag 16, een vraag rond een telprobleem bij een voetbalopstelling, scoorde daarentegen weer wat lager dan we op voorhand ingeschat hadden: we constateerden lichtelijk verbaasd een p'-waarde van 40. Het kan in onze beleving niet zo zijn dat leerlingen geschrokken waren van de grootte van hun antwoord, zijnde $7 \cdot 10^{12}$, want de opgavetekst geeft al aan dat het gevraagde aantal behoorlijk in de papieren loopt.

Als slotcontext was er *Zevenkamp*, een context rond de puntentelling bij het atletieknummer voor vrouwen met diezelfde naam. Het ziet ernaar uit dat er nogal wat leerlingen zijn die deze opgave in een wat te hoog tempo hebben moeten doorwerken. Zoals al opgemerkt, beschikken we over gegevens op basis van vooronderzoek van veel vragen van een examen en we kunnen hier constateren dat met name de laatste drie vragen van deze context het substantieel slechter deden dan we op grond van dat vooronderzoek mochten verwachten. Dat heeft er overigens toe geleid dat we de lengte van het examen herbeschouwd hebben om te zien of dit examen substantieel langer was (in woorden gemeten) dan vergelijkbare examens in eerdere jaren. Een grafiekje maakt dat misschien wat inzichtelijker: ***zie grafiek 2***. Het ziet er wel naar uit dat we in de toekomst ons op voorhand nog uitdrukkelijker dienen te vergewissen van die lengte: er lijkt de laatste examenjaren een opwaartse trend gesignaleerd te kunnen worden die we zeker niet willen nastreven.

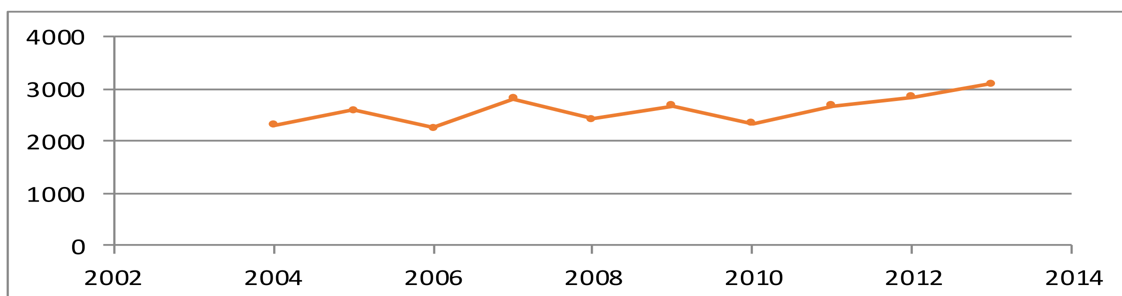
Ook bij dit vak kijken we ook nog op een andere wijze naar de analysegegevens: via WOLF kwamen de gegevens van 16109 kandidaten tot ons. Daarvan waren er 6712 jongen en 9397 meisje. De gemiddelde p'-waarde van de jongens was 64,3 en die van de meisjes 62,2. Ook hier is het vaardigheidsverschil omgekeerd aan wat we verleden jaar constateerden: nu zijn de jongens gemiddeld net iets vaardiger dan de meisjes.

Ietwat grotere onderlinge vaardigheidsverschillen constatere verschillende profielen doorlopen: de gemiddelde p'-waarde met profiel C&M was 56,6, die van de leerlingen met profiel en de gemiddelde p'-waarde horend bij kandidaten van profi Vermoedelijk zal deze stijgende vaardigheid, de profielen do al te veel vraagtekens in het veld leiden.

OVERLAP VWO C - VWO A

[Ger Limpens]

In tabel 12 [VWO overlap C-A] zien we de vragen terug die in vwo C zowel als vwo A zaten. Ten opzichte van andere jaren is de overlap nu vrij beperkt: een totaal aan 18 scorepunten waar dat, bijvoorbeeld, vorig jaar nog 38 was. Voor alle duidelijkheid: er is van de kant van de examenmakers niet bewust naar gestreefd de overlap dit jaar fundamenteel kleiner te maken. Het is slechts een gevolg van de specifieke contexten en de mogelijkheden/onmogelijkheden om vakspecifieke dan wel overlappende vragen te stellen op basis van die contexten. Verder levert het overlaptabelletje geen schokkende informatie op: we zien bij nagenoeg alle vragen een min of meer verwacht vaardigheidsverschil tussen de C-populatie en de A-populatie resulterend in een 'overall'-verschil van 11,4 in p'-punt: de gemiddelde p'-waarde bij C was 68,7 en bij A bleek deze 80,1. Dit verschil is wellicht iets groter dan we in eerdere jaren gezien hebben maar gezien de dit jaar echt kleinere mate van overlap is het maar de vraag in hoeverre dat ook significant anders is.



grafiek 2 Aantal woorden A1,2/A

VWO C pilot

[Ger Limpens]

Voor het tweede jaar werden er ook examens afgenomen bij enkele scholen op basis van de pilotprogramma's, de cTWO[6]-programma's. Conform de bekende afspraken en de voorbeeldexamens (zie http://www.cve.nl/, doorklikken via Onderwerpen/Centrale examens/Vakvernieuwingen) waren ook deze examens weer gemaakt met de reguliere examens wiskunde als uitgangspunt. Bij vwo C-pilot maakten 37 leerlingen een examen dat, ***zie tabel 14*** [VWO overlap C –C-pilot 2013], voor 30 scorepunten overlapte met C-regulier: de opgaven *Lichaamsoppervlak*, *Dialecten vergelijken* en *DNA-bewijs* kwamen in geheel of gedeeltelijk dezelfde vorm ook al voor in C-regulier. Op basis van die overlap kan een vergelijking gemaakt worden qua vaardigheid: de conclusie lijkt gerechtvaardigd dat de C-pilotkandidaten niet of nauwelijks onderdoen voor de C-reguliere kandidaten met een gemiddelde p'-waarde van 61 voor C-pilot versus 62 bij C-regulier. Inzoomend op de specifieke vragen is het echter wel opvallend dat de tweede vraag van *Lichaamsoppervlak* van C-pilot (= vraag 5 van C-regulier) door de pilotleerlingen substantieel slechter gemaakt werd dan de C-regulier-leerlingen (p'-waarde 50 versus p'-waarde 70). Een verklaring daarvoor hebben wij op dit moment (nog?) niet.

Voor degenen die nog niet zo bekend zijn met de pilotprogramma's loont het wellicht de moeite om met name de pilotspecifieke opgaven te bekijken: de context *Wie is de dader* is een opgave die zich begeeft op het gebied van Logisch Redeneren, de opgave *Gelijke volumes* gaat voornamelijk in op het domein Vorm en Ruimte en *Vierkanten*, de laatste opgave van dit examen, focust op de domeinen Algebra en Tellen, Verbanden en Veranderingen. Voor de goede orde: ook in de contexten die overlappen met het reguliere examen is hier en daar een pilotspecifieke vraag of vraagvariant terug te vinden. Zo is bijvoorbeeld de laatste vraag van de context *Dialecten vergelijken* in het pilotexamen niet identiek aan de laatste vraag van deze context in het reguliere examen, dit vanwege het feit dat de logaritmerekenregels bij C-regulier wel en bij C-pilot niet tot het exameninstrumentarium van een kandidaat gerekend mogen worden. En in de opgave *DNA-bewijs* zien we bij C-pilot als laatste vraag een combinatoriekvraag terug die niet in C-regulier aangetroffen wordt (maar daar overigens wel toegestaan zou zijn). Voor de scores per vraag, ***zie tabel 13*** [VWO C pilot 2013].

De pilotspecifieke contexten doorlopend valt op dat de laatste vraag van *Gelijke volumes* behoorlijk laag scoorde met een p'-waarde van 13. Slechts 5% (zijnde 2 leerlingen...) scoorde de maximumscore van 3 punten terwijl de vraag in de ogen van de examenmakers nu niet tot de allerlastigste behoorde: de formule $l^2 \cdot h = 1000\,000$ diende, gebruik makend van de ook gegeven betrekking $h = 25n$, herschreven te worden tot een formule waarin l uitgedrukt wordt in n. Ook dergelijke algebraïsche exercities horen bij de examenstof en de hoop is dat leerlingen in de nabije toekomst in ieder geval niet, zoals nu, en masse met 0 punten bij dergelijke vragen naar huis gaan: op dit moment bleek 76% van de kandidaten hier geen enkel punt te scoren.

De opgave *Vierkanten*, overigens net als de context *Gelijke volumes* bedacht met het culturele aspect van het profiel C&M in het achterhoofd, bevatte zowel een van de eenvoudigste vragen van dit pilotexamen als een van de lastigste. Vraag 19, waarbij een in tekst en voorbeeldvorm geformuleerd algoritme moest worden nagevolgd voor een nieuw rekenvoorbeeld, bleek met een p'-waarde van 91 voor 84% van de leerlingen geen belemmering hier de maximale score te behalen. Vraag 21, ***zie figuur 13***, daarentegen waarbij de geldigheid van een formule moest worden

aangetoond op grond van een aantal direct ervoor genoemde aspecten was met een p'-waarde van 16 kennelijk erg lastig. Ook hier lijkt de algebra weer het probleem.

In het algemeen geldt voor een kunstwerk van p bij p getallen waarin elk getal van 0 tot en met p^2-1 precies één keer voorkomt, de volgende formule voor het magische getal:

$$magisch\ getal = 0,5 \cdot p \cdot (p^2-1)$$

Deze formule voor het magische getal is af te leiden door gebruik te maken van het volgende:
- Voor de som van alle getallen in het kunstwerk geldt de formule $som = 0,5 \cdot aantal\ termen \cdot (eerste\ term + laatste\ term)$
- Het aantal termen is p^2 (dit is namelijk gelijk aan het aantal getallen in een kunstwerk van p bij p getallen)
- De eerste term is 0, de laatste term is p^2-1
- Het magische getal is gelijk aan de som van alle getallen in het kunstwerk gedeeld door het aantal rijen.

4p 21 Laat zien hoe je met behulp van het bovenstaande de formule $magisch\ getal = 0,5 \cdot p \cdot (p^2-1)$ kunt afleiden.

figuur 13 Uit: vwo C pilot 2013 (Vierkanten)

Al met al ging deze pilotpopulatie, als gevolg van een N-term van 1,4 met een gemiddelde van 6,5, een percentage onvoldoende van 16,2% naar huis. De bevindingen van de 7 pilotdocenten die we in de quick scan aantreffen geven aan dat we redelijk tevreden mogen zijn met dit examen. Met name de inhoudelijke aansluiting op het onderwijs (die als 'goed' gekenmerkt wordt) waarbij unanimiteit geconstateerd kan worden, geeft aan dat in de ogen van in ieder geval deze pilotdocenten dit examen goed strookt met de wijze waarop deze docenten de geest van het pilotprogramma ervaren hebben.

VWO A pilot

[Ger Limpens]

Net als bij vwo C is er ook bij vwo A een pilotexamen dat gebaseerd is op het reguliere examen wiskunde A. De verschillen met het reguliere examenprogramma zijn bij wiskunde A wat kleiner hoewel dat niet meteen te zien is als we de tabel met de overlap A-pilot/A-regulier bekijken: ook hier zijn 30 scorepunten gemeenschappelijk en 3 contexten die in beide examens figureren, te weten *Zevenkamp*, *Lichaamsoppervlak* en *Dialecten vergelijken*. ***Zie tabel 15*** [VWO A pilot 2013]. De drie vragen van de context *Zevenkamp* die in A-pilot aangetroffen konden worden, zijn overigens precies de drie vragen die in het reguliere examen als slotvragen stonden en die leken aan te geven dat het reguliere examen langer dan wenselijk was. ***Zie tabel 16*** [VWO overlap A - A- pilot 2013].We kunnen in de vergelijking tussen A-pilot en A-regulier overigens een bevestiging van dit examenlengte-aspect aantreffen: de pilotleerlingen doen het op alle drie deze vragen beter en op een van de drie substantieel beter dan de reguliere leerlingen terwijl alle andere overlapvragen juist een omgekeerd vaardigheidsverschil laat zien. Omdat Zevenkamp voor de pilotleerlingen de openingsexercitie was, past dit in de examenlengte-hypothese van het reguliere examen: de pilotleerlingen kunnen geen last van een te lang examen hebben gehad bij het maken van hun openingsopgave.

De deelname-omvang bij het examen vwo A-pilot was fors groter dan bij C: er waren er 231 leerlingen die aan A-pilot meededen. Aan de quick scan namen 9 docenten deel die dit examen wel aan de moeilijke kant vonden. Ook de lengte van dit examen lag behoorlijk onder vuur: 6 docenten vonden het te lang en niemand vond het te kort. De aansluiting op het onderwijs werd daarentegen wel in orde bevonden: niemand karakteriseerde die als slecht of onvoldoende. De gemiddelde waardering was een 6,6. Kennelijk viel er nog wel wat te wensen. De evaluatie van deze pilot die op korte termijn zal plaatsvinden zal hopelijk concreet maken waaruit dat wensenlijstje bestaat.

Pilotspecifieke contexten waren er hier natuurlijk ook: de opgaven *Brug*, *Vierkanten* en *Vaatwasser* troffen we niet aan de in het reguliere examen. De context *Vierkanten* kwam daarentegen wel weer, grotendeels in dezelfde vorm, voor in C-pilot. En in de overlapopgaven *Lichaamsoppervlak* en *Dialecten* vergelijken kan de aandachtige beschouwer ook nog

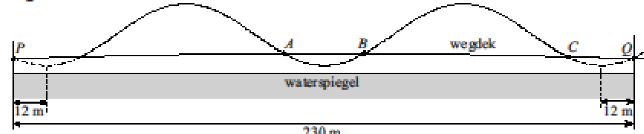
enkele pilotspecifieke activiteiten aantreffen. Kijkend naar de opgave *Brug* zien we de Enneüs Heermabrug in Amsterdam als onderwerp voor een op goniometrie gebaseerde vragenset. Er diende hier nagegaan te worden hoe de standaardsinusfunctie getransformeerd moest worden om de vorm van de brug, uitgaande van de realistische maatgetallen, te beschrijven, dit in relatie tot de keuze van het assenstelsel. Verder kwam er ook nog een tweedegraadsfunctie-in-bouwschemavorm voorbij die de vorm van het wegdek van de brug beschreef en die op grond van weer enkele realistische karakteristieken verder moest worden ingevuld. Die laatste vraag was met een p'-waarde van 15 de moeilijkste van dit examen, ***zie figuur 14***. Zeker geen eenvoudige vraag: er moet het een en ander bij elkaar geraapt worden en dat is, gecombineerd met de voor deze leerlingen zeker niet alledaagse combinatie van een tweedegraadsformule en een sinusfunctie, vermoedelijk het probleem.
De opgave *Vierkanten* vervolgens was grotendeels identiek aan de opgave uit C-pilot op vraag 11 na: die vraag was net iets abstracter/algebraïscher dan de C-pilot-variant. De A-pilot-leerlingen bleken deze vraag met een p'-waarde van 26 (59% van de leerlingen scoorde 0 punten hier) zeker niet als eenvoudig ervaren te hebben.
In de opgave *Lichaamsoppervlak* kwam als afwijkend ten opzichte van regulier vraag 14 voor waarbij aangetoond moest worden dat een formule waarmee de lichaamsoppervlakte berekend kon worden bij verdubbeling van de lengtematen een verviervoudiging van de oppervlakte oplevert: algebra avant-la-lettre zou men kunnen zeggen. Maar, niet onverwacht, wel erg lastig: p'-waarde 18. Pilotdocenten gaven al in een reactie kort na het examen aan dit een exercitie te vinden die op het randje was, niet eens zozeer vanwege de wiskundige handelingen maar veel meer vanwege de erg abstracte verwoording. Het is wellicht een uitdaging voor deze en gene de verwoording meer A-pilotvriendelijk te maken: wij houden ons aanbevolen.

foto



In onderstaande figuur 1 zie je een model van deze brug. De golvende middenboog is met een sinusoïde weergegeven, de waterspiegel met een rechte lijn en het wegdek met een heel licht gebogen lijn.

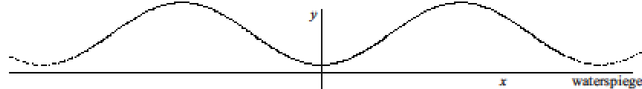
figuur 1



In figuur 1 zijn tevens enkele maten aangegeven: de brug is in totaal 230 meter lang. De sinusoïde is links en rechts met een stippellijn voortgezet: op 12 m afstand van de uiteinden van de brug bevindt zich een laagste punt. De hoogste punten van de boog bevinden zich op 26 m boven de waterspiegel en het laagste punt op 3 meter.

Voor de sinusoïde van figuur 1 kunnen we een formule opstellen van de vorm $y = a + b\sin(c(x-d))$. Als we in de figuur als x-as de waterspiegel nemen en de y-as door het midden van de brug laten gaan (zie figuur 2), wordt deze formule: $y = 14{,}5 + 11{,}5\sin(0{,}061(x-25{,}75))$ met x en y in meters.

figuur 2



We gaan nu weer uit van de waterspiegel als x-as en de y-as door het midden van de brug: zie figuur 2. Het wegdek is in figuur 1 geen rechte, maar een licht gebogen lijn in de vorm van een parabool met een formule van de vorm: $y = px^2 + q$. In het midden bevindt het wegdek zich op 7,5 m boven de waterspiegel. Je kunt nu de **horizontale** afstand tussen de twee middelste snijpunten van boog en wegdek, dus de punten A en B (zie figuur 1), berekenen. Van punt A is gegeven dat de x-coördinaat gelijk is aan (ongeveer) –15.

6p 7 Bereken de waarden van p en q in de wegdekformule $y = px^2 + q$.

figuur 14 Uit: vwo A pilot 2013 (Brug)

In *Dialecten vergelijken* treffen we als slotvragen een variant van de A-reguliervragen aan, gebaseerd op onder andere het logaritmisch verband. Omdat de A-pilotpopulatie kennis gemaakt heeft met de natuurlijke logaritme is dit verband hier vertaald in termen van $\ln(x)$ en de vragen zijn daarmee weliswaar gelijksoortig maar geen overlap met A-regulier meer. De p'-waarden van deze vragen gedragen zich ook ongeveer hetzelfde als die bij A-regulier.
De slotopgave van dit examen is de zogeheten korte onderzoeksopgave. Uit de beschrijvingen van de

voorbeeldexamens en het pilotexamen van vorig jaar is op te maken dat ieder vwo-a-pilot-examen altijd als laatste opgave een korte-onderzoeksopgave kent: een context waarbij slechts een vraag gesteld wordt die op min of meer natuurlijke wijze uit de context voortvloeit en op voorhand in de opgave zelf niet expliciet gemaakt welke weg bewandeld dient te worden c.q. welk wiskundig instrumentarium gebruikt dient te worden om te komen tot beantwoording. Deze opgave is een operationalisatie binnen wiskunde A van hetgeen in cTWO-termen denkactiviteiten genoemd worden. Dit jaar was dit de context *Vaatwasser* waarbij een authentieke situatie van de aanschaf van een nieuwe vaatwasser leidt tot een op rekenexercities gebaseerd onderzoek in verband met het kostenadvies van de vaatwassermonteur. De pilotdocenten waren redelijk positief over het realiteitsgehalte van de context maar gaven wel al snel na afname van het examen aan dat het nogal een gedoe was om alle verschillende rekenkundige invalshoeken van alle individuele leerlingen te verkennen. We zijn benieuwd wat er, als komend najaar ook dit pilotprogramma geëvalueerd gaat worden, uiteindelijk overblijft van deze tweezijdige benadering.
Met een N-term van 1,8 leverde dit examen een gemiddelde van 6,9 en een percentage onvoldoende van 11,3%, voorwaar geen slecht resultaat.

VWO B

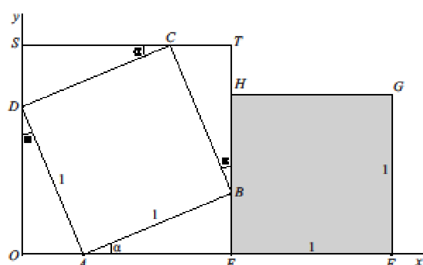
[Ruud Stolwijk]

Evenals vorig jaar is ook dit jaar het examen vwo wiskunde B over het algemeen positief ontvangen, al vond men het wel wat aan de makkelijke kant. Dit geluid klonk niet alleen onder docenten, ook de leerlingen vonden het “goed te doen”. In verband met de aangescherpte slaageisen (en in het bijzonder de kernvakkenregeling) hebben de leerlingen ongetwijfeld meer tijd en energie in wiskunde B gestoken dan ze gewoonlijk al doen. Bovendien zullen de leerlingen die over wat minder talent in wiskunde B beschikken wellicht nog wat eerder dan voorheen voor wiskunde A gekozen hebben - al laten de aantallen dat niet overtuigend zien. Inhoudelijk zijn er over dit examen geen wezenlijke commentaren te bespeuren geweest, wat de makers uiteraard tevreden stemde. De *quick scan* (in WOLF) werd door 599 docenten ingevuld en dat geeft een aardig beeld hoe het veld tegen dit examen aankeek: iets aan de makkelijke kant, behoorlijk goed van lengte (er was dan ook geen indicatie dat er sprake is geweest van algemene tijdnood), goed aansluitend op het gegeven onderwijs, kortom: een keurige voldoende (om wat preciezer te zijn: 6,73) waard.

Het examen begon met een analyse-opgave, *De vergelijking van Antoine*. De openingsvraag was met een p’-waarde van 94 de hoogst scorende uit het hele examen, en daarmee dus een geschikte opener. De tweede vraag was van een ander kaliber: de leerlingen moesten beredeneren, zonder te differentiëren, dat de gegeven functie stijgend is. Misschien wat ongebruikelijk voor wiskunde B (bij wiskunde A en C komt dit soort vragen vaker voor), maar zeker een vaardigheid waarover leerlingen dienen te beschikken. Ruim een kwart van de leerlingen scoorde hier 0 punten. Bij de derde vraag kon de afgeleide functie gebruikt worden, maar (zoals uit de opdracht ‘Bereken’ ook al bleek) gebruik van de GR mocht hier zeker. En gezien de aard van de afgeleide was dat hier ook werkelijk handiger…
Jammer dat ongeveer 40% van de leerlingen hier geen enkel punt wist te behalen! Om de laatste vraag te kunnen beantwoorden, was enige logaritmekennis nodig - en slechts een derde deel van de leerlingen kon dit foutloos.
De tweede opgave ging over vierkanten, waarbij er eentje iets was gedraaid en tegen een andere

aanleunde. ***Zie figuur 15***. Met de benodigde goniokennis om de oppervlakte exact uit te rekenen zit het blijkbaar wel goed, zo blijkt uit de p'-waarde van 86.

figuur 1



De coördinaten van C en G hangen als volgt van α af:
$C(\cos\alpha,\ \sin\alpha+\cos\alpha)$ en $G(\sin\alpha+\cos\alpha+1,\ 1)$.

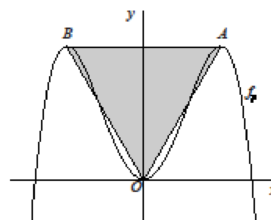
4p 5 Bereken exact de oppervlakte van vierkant $OETS$ voor $\alpha=\frac{1}{6}\pi$. Schrijf je antwoord zonder haakjes.

figuur 15 Uit: vwo B 2013 (Vierkanten)

Ook de rest van deze opgave (inclusief de twee 'toon aan'-vragen) werd buitengewoon goed gemaakt door de leerlingen, die blijkbaar goed voorbereid waren op exact werken en netjes werken met formules. Al met al een mooi resultaat voor wat het onderdeel goniometrie betreft. Overigens: de als hint bedoelde opmerking over gelijkvormigheid had bij vraag 6 misschien wel achterwege kunnen blijven. De vraag was dan wat uitdagender (en moeilijker!) geweest voor de leerlingen.
De meetkunde kwam in twee opgaven aan de orde. De opgave *Vanuit een stomphoekige driehoek* werd over het algemeen erg makkelijk gevonden, zowel door docenten als leerlingen. De hoge p'-waarden bevestigen deze indruk. ***Zie tabel 17*** [VWO B 2013]. Voor de andere meetkunde-opgave, die tevens de laatste van het examen was, gold dit veel minder, maar deze opgave (*Brandpunt gezocht*) was dan ook wat minder een standaard-meetkunde-opgave - met 'normale meetkunde-p'-waarden' tot gevolg.
Desondanks was de meetkunde in dit examen inderdaad niet van een onoverkomelijke moeilijkheid - of zijn docenten en leerlingen hier inmiddels gewoon wat beter in thuis geraakt? Als dat zo is, is het misschien wel jammer dat deze meetkunde in het nieuwe programma geen rol meer zal spelen...
Overigens: er was wel wat kritiek op de uitvoerigheid van de instructie bij vraag 10, waarbij het inderdaad wellicht jammer was dat het kiezen van de aanpak niet wat meer aan de leerlingen werd overgelaten. Misschien was het inderdaad beter geweest de gegeven aanpak als voorbeeld van een aanpak te geven, en de te kiezen weg verder vrij te laten. Ook examenmakers blijven nu eenmaal leren!
De vierde opgave ging over een ei(vorm). De laatste vraag binnen deze context, waarbij moest worden uitgezocht hoe ver het ei boven het rekje uitsteekt, werd als een mooie denkactieve vraag gezien waarbij (omdat het exact oplossen van derdegraadsvergelijkingen nu eenmaal niet in het programma zit) de GR een noodzakelijke rol speelt. Leerlingen bleken dit trouwens prima te kunnen.

Voor elke positieve waarde van p is de functie f_p gegeven door
$f_p(x)=2x^2-px^4$.

figuur



Er is één waarde van p waarbij de lengte van lijnstuk OA gelijk is aan de lengte van lijnstuk AB.

8p 14 Bereken exact deze waarde van p.

figuur 16 Uit: vwo B 2013 (Driehoek bij een vierdegraadsfunctie)

Dit gold wat minder voor de volgende opgave, *Driehoek bij een vierdegraadsfunctie*, ***zie figuur 16***. Bij deze achtpuntsvraag, waarbij de leerlingen zonder tussenvragen zelf een aanpak moesten bedenken om de juiste waarde van *p* exact moesten berekenen, weet ongeveer een kwart van de leerlingen foutloos tot het einde te komen. Bij dit voorbeeld van een wat denkactievere vraag wist bijna de helft van de leerlingen echter niet verder te komen dan maximaal 3 scorepunten. Dit maakte deze vraag tot een van de

meest onderscheidende van dit examen. Overigens werd terecht opgemerkt dat voor de gevraagde waarde van *p* driehoek *OAB* zelfs gelijkzijdig is - maar dat hoefden leerlingen niet op te merken (het is natuurlijk wel leuk als ze het doen, en misschien is het ook een mooi extra aspect om aandacht aan te besteden bij toekomstig gebruik van deze opgave in de klas).Vervolgens een 'kale' opgave waarin e-machten een rol spelen, volgens sommigen de mooiste opgave van het hele examen. Deze opgave had overigens met nog minder tekst toegekund, als bij vraag 15 en 16 gekozen was voor de formulering 'Bewijs dit.' In dit kader is het wellicht wijs om het artikel in Euclides 88-4 over (werk)woorden in de centrale examens nog eens na te lezen, en er in de examenklas aandacht aan te besteden.

Al met al was het examen vwo wiskunde B dit jaar redelijk probleemloos, met als belangrijkste kanttekening "dat het wel wat moeilijker had gemogen". Maar laten we niet vergeten: de leerlingen hebben ook gewoon erg goed gepresteerd! Beter ook dan vorige jaren, zo lijkt uit nader onderzoek naar voren te komen. De uiteindelijke N-term is door CvE vastgesteld op 0,8, wat leidt tot 16,5% onvoldoenden en een gemiddeld cijfer van 6,9. Dit is duidelijk hoger dan voorgaande jaren: in 2010 en 2011 was het gemiddeld cijfer 6,4 en vorig jaar was dit 6,5. De examenmakers (en u ongetwijfeld ook) zijn nu al benieuwd hoe het volgend jaar zal zijn...

VWO B pilot

[Ruud Stolwijk]

Vorig jaar was er wat ophef rond het eerste pilotexamen vwo wiskunde B, mede veroorzaakt door een wat al te enthousiaste inschatting van de veranderingen door de examenmakers (zie de bespreking van dat examen in *Euclides* 88-1). Het verschil tussen de (intenties van de) syllabus en het gebruikte lesmateriaal bleek bovendien groter dan wellicht gedacht. Uitvoerige communicatie tussen alle betrokkenen na afloop van dat examen heeft er mede toe geleid dat er dit jaar een stuk minder ophef was, met veel meer tevredenheid onder de betrokken pilotdocenten en (heel belangrijk!) hun leerlingen. Dit bleek ook uit de *quick scan*: goed qua moeilijkheidsgraad en aansluiting op het gegeven onderwijs, wellicht wat lang, al met al een ruime voldoende waard.

Het pilotexamen opende met dezelfde opgave als het reguliere examen, met vrijwel dezelfde resultaten. ***Zie tabel 18*** [VWO B pilot 2013]. De opgave *Driehoek bij een vierdegraadsfunctie*, die als een-na-laatste opgave in het pilotexamen zat, was ook gelijk aan de reguliere versie. Opmerkelijk genoeg waren ook de p'-waarden bij deze vraag identiek! Ook de tweede opgave leek erg op de reguliere variant, maar met een subtiel verschil: in plaats van *PQ* moest hier naar de hoogte *OP* gekeken worden, en de benodigde formules waren dan ook net een beetje anders. Deze aanpassing had tot doel de opgave wat denkactiever te maken. Dit kan echter nauwelijks een verklaring zijn voor het feit dat de pilotleerlingen het met name bij vraag 6 veel minder goed deden dan de reguliere kandidaten. Misschien dat de ontbrekende verwijzing naar gelijkvormigheid hier een rol speelde, en dat heel wat leerlingen die hint toch weldegelijk nodig hadden...

Na deze in feite reguliere start kwam de opgave *Halverwege*, waarin met transformaties gewerkt moest worden. Een denkactieve vraag en in die zin wellicht ook bruikbaar als (oefen) materiaal in het reguliere programma.

Bij vraag 9 kon, door naar bijvoorbeeld $x = 1$ te kijken, de exacte waarde van a ook gevonden worden, ***zie figuur 17***. Bij de bespreking met de pilotdocenten

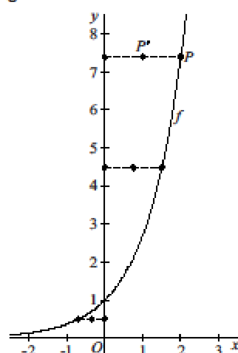
kwam de vraag naar voren of een antwoord als 'de halfdemachtswortel uit e' ook als een gewenst exact antwoord gezien moet worden. Het correctievoorschrift lijkt hier helder in...

De functie f is gegeven door $f(x)=e^x$.

Bij elk punt P van de grafiek van f wordt het punt P' bepaald dat het midden is van P en de loodrechte projectie van P op de y-as. Zie figuur 1.
De punten P' vormen de grafiek van een functie g die is gegeven door $g(x)=a^x$ voor zekere waarde van a.

4p 9 Bereken exact deze waarde van a.

figuur 1



figuur 17 Uit: vwo B pilot 2013 (Halverwege)

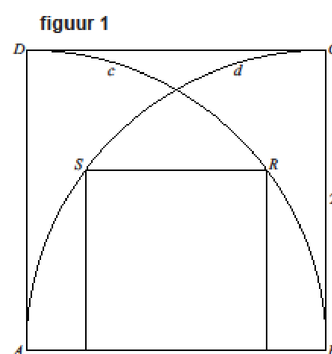
Bij vraag 10 vonden de pilotdocenten de uitleg in de stam wel erg uitvoerig, maar dit was naar de mening van de examenmakers gezien de tekst in de syllabus (waar de koppeling tussen spiegelen en inverse niet expliciet vermeld staat, maar wel dat de kandidaat "de eigenschappen van de inverse functie en haar grafiek (kan) interpreteren binnen de context van een probleem").
De volgende opgave, *Rakende cirkels*, illustreert het nieuwe domein 'Meetkunde met coördinaten', door velen 'Analytische meetkunde' genoemd. Deze opgave, geënt op een Sangaku, bleek helaas erg te lijken op een opgave die op een van de pilotscholen was ontwikkeld (en aan de andere pilotscholen ter beschikking was gesteld). CvE heeft besloten beide vragen in deze opgave weg te geven – vandaar de twee keer 100 in de tabel. Bij vraag 11 is het overigens natuurlijk niet de bedoeling dat leerlingen de gegeven waarde van PQ invullen en "constateren dat het dan klopt". Daarom was een formulering die deze weg nadrukkelijk uitsluit, zoals "Leid dit op algebraïsche wijze af" of "Bewijs dit", achteraf bezien beter geweest, ***zie figuur 18***. Bij de opgave *Eivorm* was de laatste vraag uit de reguliere opgave vervangen door een vraag waarbij parametervoorstellingen een rol speelden. Gezien de enthousiaste geluiden van met name de pilotdocenten over juist die reguliere vraag (over het eierrekje), was dit wellicht een wat ongelukkige keuze van de examenmakers, zeker ook omdat parametervoorstellingen eigenlijk beter met beweging in verband gebracht kunnen worden. De laatste opgave betrof het vinden van een zwaartepunt met behulp van vectoren. De pilotleerlingen leren dergelijke problemen in het lesmateriaal weliswaar zonder vectoren op te lossen, maar 'met het vingertje in de syllabus' is er geen enkele reden om een vraag als vraag 17 niet te stellen. Immers, ook een pilotexamen is bedoeld om de vaardigheden van leerlingen volgens de in de syllabus geldende specificaties te toetsen. En gelukkig maar dat desondanks de pilotdocenten in de *quick scan* het examen beloonden met een ruime voldoende!

Gegeven is het vierkant $ABCD$ met zijde 2. Zie figuur 1.
In dit vierkant zijn getekend:
- de kwartcirkel c met middelpunt A en eindpunten B en D;
- de kwartcirkel d met middelpunt B en eindpunten A en C;
- het vierkant $PQRS$ met P en Q op AB, R op c en S op d.

Er geldt: $PQ=\frac{4}{5}$

5p 11 Toon dit op algebraïsche wijze aan, bijvoorbeeld met behulp van driehoek AQR.

figuur 1



Figuur 18 Uit: vwo B pilot 2013 (Rakende cirkel)

Bij de normering van dit pilotexamen is (uiteraard) gekeken naar de overlap met het reguliere examen en de prestaties van de leerlingen daarop. Daaruit blijkt dat de 178 pilotleerlingen het op die overlap ietsje minder goed doen dan de (ongeveer 15000) reguliere. Verder lijkt het zo te zijn dat de prestaties op de specifieke pilotonderwerpen wat lager liggen dan op de vervallen reguliere onderwerpen (zoals de Euclidische meetkunde). Helaas beschikken we (door het weggeven ervan) niet over de werkelijke prestaties bij de 'nieuwe meetkunde'-vragen 11 en 12, waardoor

een harde uitspraak over de vaardigheid van de pilotleerlingen niet goed mogelijk is. De N-term is uiteindelijk door CvE vastgesteld op 1,2. Dit geeft een gemiddeld cijfer van 6,9 (net als voor het reguliere examen) met 8,4 % onvoldoenden.

Dit artikel is tot stand gekomen onder verantwoordelijkheid van het CvE.

Over de auteurs

Ivo Claus, Sjoerd Crans, Ger Limpens, Jos Remijn, Melanie Steentjes en Ruud Stolwijk zijn wiskundemedewerkers en toetsdeskundigen van Cito te Arnhem (website: *www.cito.nl*).
Hun emailadressen zijn achtereenvolgens: *ivo.claus@cito.nl*, *sjoerd.crans@cito.nl*, *ger.limpens@cito.nl*, *jos.remijn@cito.nl*, *melanie.steentjes@cito.nl*, *ruud.stolwijk@cito.nl*.

Noten:

[1] Alle (papieren) examens, uitwerkbijlagen en correctievoorschriften zijn te downloaden via *http://www.cito.nl/Onderwijs/Voortgezet%20onderwijs/centrale_examens.aspx*

[2] CvE: College voor Examens

[3] WOLF: Windows Optisch Leesbaar Formulier

[4] Elk jaar weer worden er wel weer ervaren docenten gevraagd om onze constructiegroepen te versterken. Mocht u daarin geïnteresseerd zijn, houdt u dan de diverse media in de periode januari-februari in de gaten.

[5] Dat dit slechts 0,5 hoger is dan het gemiddelde in 2011 is het gevolg van afrondingen

[6] cTWO staat voor commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs, de commissie die vanaf 2004 o.a. de vernieuwing van het wiskundeonderwijs voorbereidde.

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2013

VMBO	
Wiskunde CSE BB digitaal	16162
Wiskunde CSE BB papier	116
Wiskunde CSE KB digitaal	18811
Wiskunde CSE KB papier	4060
Wiskunde CSE GL/TL	49946
totaal	89095

HAVO	
Wiskunde A	39546
Wiskunde A pilot	169
Wiskunde B	13482
Wiskunde B pilot	123
totaal	53320

VWO	
Wiskunde A	19892
Wiskunde A pilot	248
Wiskunde B	17976
Wiskunde B pilot	186
Wiskunde C	2334
Wiskunde C pilot	38
totaal	40674

totaal generaal **183089**

Tabel 2 – Verzamelde N-termen

1e tijdvak 2013	VMBO					HAVO				VWO					
	BB diverse varianten	BB papier	KB digitaal	KB papier	GL/TL	A	A pilot	B	B pilot	C	C pilot	A	A pilot	B	B pilot
N-term	variërend van 1,1 tot 2,7	2.0	variërend van 1,1 tot 1,7	1.2	0.6	0.5	1.3	0.8	1.0	1.0	1.4	1.2	1.8	0.8	1.2
gemiddelde	6.7	6.5	6.1	6.1	6.2	6.4	6.4	6.6	6.9	6.4	6.5	6.9	6.9	6.9	6.9
% onvoldoendes	17.2	19.0	34.1	33.1	27.4	22.8	23.5	19.0	9.9	22.9	16.2	14.6	11.3	16.5	8.4

Tabel 3 – VMBO GL/TL 2013

opgave	**Parabool-vlucht**			**Zwembad-overkapping**			**Euro-munten**			**Paaseiland**				**Baikalmeer**			**Piramide kantelen**			**Dromedarissen**			
vraagnr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**
max. score	3	2	3	4	6	4	3	3	4	3	4	3	2	3	3	3	4	4	3	4	2	4	3
p'-waarde	94	88	65	69	79	48	83	66	46	88	69	59	80	31	75	48	71	48	42	54	64	52	36

Tabel 4 – VMBO KB 2013

opgave	**Oranje vlaggen**			**Paaseiland**				**Parabool-vlucht**			**Zwembadover-kapping**					**Springen**			**Euro-munten**			**Tarieven schaatsbaan**			
vraagnr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**
max. score	2	3	2	3	4	3	2	3	2	4	3	4	6	2	4	1	3	3	3	3	4	2	3	2	4
p'-waarde	93	54	70	77	50	45	70	82	71	50	65	36	47	93	27	98	80	55	50	43	21	73	73	47	20

Tabel 5 – VMBO overlap GL/TL - KB

	opgave	**Parabool-vlucht**	**Zwembadover-kapping**			**Euro-munten**			**Paaseiland**			
	max. score	3	4	6	4	3	3	4	3	4	3	2
GL/TL	vraagnr.	1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	p'-waarde	94	69	79	48	83	66	46	88	69	59	80
KB	vraagnr.	8	12	13	15	19	20	21	4	5	6	7
	p'-waarde	82	36	47	27	50	43	21	77	50	45	70
	verschil in p'-waarden	12	33	32	21	33	23	25	11	19	14	10

Tabel 6 – HAVO A 2013

opgave	De huisarts				Eerlijk spel?				Ontslagvergoeding				Centenarians					Lantaarnvisjes			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max. score	4	3	3	5	3	3	5	4	3	4	4	3	3	4	4	4	6	3	4	4	3
p'-waarde	82	80	91	45	75	83	46	51	91	54	36	38	83	61	60	84	59	85	61	71	70

Tabel 7 – HAVO A-PILOT 2013

opgave	De huisarts				Frisbee werpen				Ontslagvergoeding				Centenarians				Formule 1			Schuldsanering
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	4	3	3	5	3	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4	6	3	4	5	6
p'-waarde	83	79	91	41	77	38	30	71	91	58	32	36	30	57	88	56	24	31	84	57

Tabel 8 – HAVO B 2013

opgave	Tornado-schalen			Wortel en parabool			Hearst tower			Derdegraads-functie en sinus	Olie			Grafiek van een logaritme		Grafiek van een cosinus	Lichaam		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	4	4	4	3	6	4	3	5	6	4	4	4	5	3	5	3	6	4
p'-waarde	89	68	34	71	71	83	60	50	51	41	58	60	79	69	51	66	76	75	76

Tabel 9 – HAVO B-PILOT 2013

opgave	Tornadoschalen			Wortel en parabool		Omvliegen		Derdegraads-functie en gebroken functie	Olie			Grafiek van een logaritme		Grafiek van een cosinus	Een halve cirkel als grafiek		Cirkel en lijn
vraagnr.	1	2	3	4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	4	4	4	3	4	3	6	4	4	4	5	3	5	3	6	4
p'-waarde	91	75	29	83	92	80	70	46	67	70	80	85	41	69	61	31	53
regulier	89	68							58	60	79	69	51	66			

Tabel 10- VWO C 2013

opgave	Lichaamsoppervlak						Dialecten vergelijken				Voetbal-plaatjes				DNA-bewijs				Overlevings-curves		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	3	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4
p'-waarde	62	78	80	91	70	56	79	57	64	72	31	56	33	63	57	51	75	62	62	35	50

Tabel 11- VWO A 2013

opgave	Lichaams-oppervlak				Beleggen in aandelen					Dialecten vergelijken				Voetbal-plaatjes				Zevenkamp			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	3	3	4	3	3	4	4	4	3	5	3	4	6	3	4	3	5	6	6
p'-waarde	77	85	60	75	65	55	78	57	67	88	70	74	34	68	65	40	67	80	49	45	44

Tabel 12 – VWO OVERLAP C - A

	opgave	Lichaams-oppervlak		Dialecten vergelijken		Voetbal-plaatjes
	max.score	3	4	4	3	4
C	vraagnr.	**1**	**2**	**7**	**8**	**14**
	p'-waarde	62	78	79	57	63
A	vraagnr.	**1**	**2**	**10**	**11**	**17**
	p'-waarde	77	85	88	70	77

Tabel 13 – VWO C PILOT 2013

opgave	Lichaams-oppervlak			Dialecten vergelijken				Wie is de dader?		Gelijke volumes					DNA-bewijs			Vierkanten				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	3	4	3	4	3	4	3	3	3	3	4	6	2	3	5	4	3	3	3	4	4	4
p'-waarde	59	50	48	85	72	57	92	92	34	95	63	34	92	13	59	56	33	48	91	49	16	41

Tabel 14 – VWO OVERLAP C – C PILOT

	opgave	Lichaams-oppervlak			Dialecten vergelijken			DNA-bewijs	
	max.score	3	4	3	4	3	4	5	4
C-PILOT	vraagnr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**15**	**16**
	p'-waarde	59	50	48	85	72	57	59	56
C	vraagnr.	**1**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**15**	**16**
	p'-waarde	62	70	56	79	57	64	57	51

Tabel 15 – VWO A PILOT 2013

opgave	Zeven-kamp			Brug				Vierkanten					Lichaams-oppervlak				Dialecten vergelijken				Vaat-wasser
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	5	6	4	3	2	6	3	3	4	5	4	3	4	3	3	4	3	5	3	7
p'-waarde	88	70	49	73	39	56	15	63	94	75	26	55	74	18	56	67	83	73	80	24	55

Tabel 16 – VWO OVERLAP A – A PILOT

	opgave	**Zevenkamp**			**Lichaams-oppervlak**			**Dialecten vergelijken**	
	max.score	3	5	6	3	3	3	4	3
A-PILOT	**vraagnr.**	**1**	**2**	**3**	**13**	**15**	**16**	**17**	**18**
	p'-waarde	88	70	49	74	56	67	83	73
A	**vraagnr.**	**18**	**19**	**20**	**1**	**3**	**4**	**10**	**11**
	p'-waarde	80	49	45	77	60	75	88	70

Tabel 17 – VWO B 2013

opgave	De vergelijking van Antoine				Vierkanten				Vanuit een stomp-hoekige driehoek		Een eivorm			Driehoek bij vierdegraadsfunctie	Nulpunten, extremen en buigpunten			Brandpunt gezocht	
vraagnr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**
max. score	4	3	3	4	4	5	4	6	4	5	4	4	4	8	3	4	4	3	3
p'-waarde	94	57	42	49	86	73	83	67	81	64	81	65	81	50	88	38	77	63	47

Tabel 18 – VWO B PILOT 2013

opgave	De vergelijking van Antoine				Vierkanten				Halver-wege		Raken-de cirkel		Een eivorm			Driehoek bij vierdegraads-functie	Zwaartepunt
vraagnr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
max. score	4	3	3	4	4	5	4	6	4	5	5	6	4	4	4	8	5
p'-waarde	93	60	46	52	79	42	86	66	51	51	100	100	80	56	34	50	30
regulier	94	57	42	49	86	73*	83*	67*					81	65		50	

(*) bij vraag 6 en 8 is er een (klein) verschil tussen de pilot- en de reguliere versie van de vraag.